Date :　　　　　　　　　　　　　　　　Subject :　　۲۰

توابع و خواص آن‌ها

یازدهم دختر A　　< ستایش خالداری >　　شماره تکلیف: 2

① $۲x^۲ + y^۲ - ۴x + ۶y + k = ۰ \rightarrow \boxed{k = ۱۱}$

$(y + ۳)^۲ + (\sqrt{۲}x - \sqrt{۲})^۲ = ۰$　✓　۴

$k = ۹ + ۲ = \boxed{۱۱}$

② شرط $a > ۰$ - $f(۱) = ?$

$f(x) = \begin{cases} x^۲ + ۴x & x \geq a \\ ۲x + a + ۲ & x \leq a \end{cases}$

$a^۲ + ۴a = ۲a + a + ۲ \rightarrow a = -۲$ غ‌ق‌ق　✓　۴

$\boxed{a = ۱}$

$\rightarrow \underline{f(۱) = ۵}$

③ $a + b = ?$　۴

$f(x) = \begin{cases} ۲x^۲ - b & |x + ۱| \geq ۲ \\ a + ۲x & -۳ \leq x \leq -۱ \end{cases}$

$|x+۱| \geq ۲ \rightarrow x \geq ۱$, $\rightarrow x \leq -۳$　✓

$x = -۳ \rightarrow ۱۸ - b = a - ۶ \rightarrow \boxed{۲۴ = a + b} \leftarrow$

④ $y = \sqrt{۶x - a} + \sqrt{b - ۳x}$　$D = \{۲\}$　$\frac{b}{a} = ? \; \frac{۱}{۲} \leftarrow$

$a = ۱۲ \leftarrow ۶x - a \geq ۰$　$b = ۳x \geq ۰ \rightarrow b = ۶$　✓　۴

⑤ تعیین دامنه!

الف) $y = \sqrt{\frac{x + ۱}{|x - ۳|}} + \sqrt{\frac{۶ - x}{x^۲ + ۲x + ۴}}$

$\boxed{x \neq ۳}$

$\frac{\overset{(-۱)}{x + ۱}}{|x - ۳|} \geq ۰$　$x + ۱ \geq ۰$　$[-۱, +\infty)$

$\frac{\overset{(۶)}{۶ - x}}{x^۲ + ۲x + ۴} \geq ۰$　$\frac{۶}{+ \mid -}$　$(-\infty, ۶]$

$\Big\} \rightarrow [-۱, ۶] - \{۳\}$

$x^۲ + ۲x + ۴$: همواره ⊕ $\Delta < ۰$

✓　۴

5) ب) $\sqrt{[x]-۴}+\sqrt{۲-[x]}$ $\quad ۲-[x]\geq ۰ \quad ۲\geq [x]$

$[x]-۴\geq ۰$ $\quad$ ۴ ۵ / - | صفر | + $\quad \boxed{D_f=\emptyset}$ ✓ $(-\infty,۳)$ Ⅱ

Ⅰ $[۴,+\infty)$

$Ⅰ\cap Ⅱ$

---

6) الف) $\sqrt{\dfrac{x^۲-x-۶}{x^۴-۱۳x^۲+۳۶}}$ $\quad ۳,-۲$

$-۳ \quad -۲ \quad ۲ \quad ۳$

$+ \,|\, - \times - \,|\, + \times +$

$x^۲=t \quad t^۲-۱۳t+۳۶ \quad t=۹,۴ \quad \boxed{x=\pm۳,\pm۲}$

$D=(-\infty,-۳)\cup(۲,۳)\cup(۳,+\infty)$ ← ✓

ب) $\sqrt{\dfrac{x^۳-۲x^۲-۵x+۶}{x^۳+۲x^۲-۵x-۶}}$ $\quad (x-۱)(x-۳)(x+۲)\rightarrow -۲,۱,۳$

$-۳,-۱,۲$

$x^۳-۲x^۲-۵x+۶ \;|\; x-۱$
$x^۲-x-۶$
$-x^۳+x^۲$
$-x^۲-۵x+۶$
$+x^۲-x$
$-۶x+۶$
$+۶x-۶$

$x^۳+۲x^۲-۵x-۶ \;|\; x+۱$
$x^۲+x-۶$
$-x^۳-x^۲$
$x^۲-۵x-۶$
$-x^۲-x$
$-۶x-۶$
$+۶x+۶$

$(x+۳)(x-۲)$

$-۳,۲,-۱$ ✓

$-۳ \quad -۲ \quad ۰ \quad -۱ \quad +۱ \quad ۲ \quad ۳$

$+ \,|\, - \,|\, + \,|\, - \,|\, + \,|\, - \,|\, +$

$D=(-\infty,-۳)\cup[-۲,-۱)\cup(۱,۲)\cup[۳,+\infty)$

---

7) الف) $\sqrt{[-x]-۲}$ $\quad [-x]-۲\geq ۰ \quad [-x]\geq ۲$ ✓ $D=(-\infty,-۲]$

ریشه ندارد

ب) $\dfrac{۵x^۲+۶}{[x]^۲-۲[x]-۳}$ $\quad D=(-\infty,-۱)\cup[۰,۳)\cup[۴,+\infty)$

$([x]+۱)([x]-۳) \quad ۳\leq x<۴$

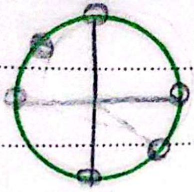
$\neq -۱ \quad \neq ۳ \quad -۱\leq x<۰$

✓

8

الف) $y=\frac{\cot x+1}{\tan x+1}$

$\tan x\neq -1$



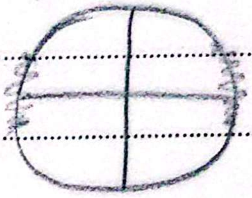
✓ ۵

$D=\mathbb{R}-\left\{\frac{k\pi}{۲}, k\pi-\frac{k\pi}{۴}\right\}$

ب) $y=\sqrt{1-۴\sin^۲x}$ $1-۴\sin^۲x\geq ۰$ $1\geq ۴\sin^۲x$

$1\geq ۲\sin x$ $-\frac{1}{۲}\leq\sin x\leq\frac{1}{۲}$ ✓

$D=\left[k\pi-\frac{\pi}{۶}, k\pi+\frac{\pi}{۶}\right]$



9

الف) $\sqrt{1-\log_{\frac{1}{۲}}^{x-1}}$ $(x>1)$ $\log_{\frac{1}{۲}}^{x-1}\leq 1$ ✓ $\frac{1}{۲}\leq x-1$

$D=\left[\frac{۳}{۲},+\infty\right)\leftarrow$ $\frac{۳}{۲}\leq x$

۵

ب) $y=\frac{\sqrt{x^۲-x}}{1-\log_۴^{x^۲-۳x}}$ $x(x-1)\geq ۰$ $(۰,۱)$ $(-\infty,۰]\cup[۱,+\infty)$ Ⅰ

$1\neq\log_۴^{x^۲-۳x}$ $۴=x^۲-۳x$

$۰=x^۲-۳x-۴$

Ⅲ $x^۲-۳x>۰$ $(۰,۳)$ $(-\infty,۰)\cup(۳,+\infty)$ ✓   Ⅱ $x\neq\boxed{۴,-۱}$

$D=\left((-\infty,۰)\cup(۳,+\infty)\right)-\{-۱,۴\}\leftarrow$

10

الف) $y=\sqrt{۲^{۴x-x^۲}-۸}\geq ۰$ $۲^{۴x-x^۲}-۸\geq ۰$ ✓ $-x^۲+۴x-۳=۰$

$x^۲-۴x+۳=۰$

x $(۱,۳)$

$\begin{array}{c|c|c} & ۱ & ۳ \\ - & + & - \end{array}$

۵

$D=[۱,۳]$

ب) $y=\left(\frac{۳x+۵}{۲x+۴}\right)!$ $\frac{۳x+۵}{۲x+۴}\in W$ $x=\frac{۴\overset{k}{W}-۵}{۲\underset{k}{W}-۳}$

✓ $D_f=\left\{x \mid x=\frac{۵-۴k}{۲k-۳}, k\in W\right\}$