هستی حبابی / یازدهم دهم ۸ / تکلیف ۲

۱۴,۷۵

۱) $۲x^۲+y^۲-۴x+۴y+k=0$: $۲x^۲-۴x +k+y^۲+۴y=0$

$(\sqrt{۲}x-\sqrt{۲})^۲+(y+۲)^۲=0$

$\hookrightarrow k=۲+۹=۱۱$

۲

۲) $a^۲+۴a=۳a+۲ \to a^۲+a-۲=0$: $۱,-۲ \xrightarrow{a>0} \boxed{a=۱}$: $f(x)=\begin{cases} x^۲+۴x & ; x\geq ۱ \\ ۲x+۳ & ; x\leq ۱\end{cases}$

۲

$\Rightarrow f(۱)=۲(۱)+۳=۵$

۳) $f(x)=\begin{cases} ۲x^۲-b & : |x+۱|\geq ۲ \\ a+۲x & : -۳\leq x\leq -۱\end{cases} \to \begin{cases} x+۱\geq ۲ \to x\geq ۱ \\ x+۱\leq -۲ \to x\leq -۳\end{cases}$: $f(-۳): ۲\times۹-b=a-۶ \to ۲۴=a+b$

۲

۴) $y=\sqrt{۴x-a}+\sqrt{b-۳x}$: $D_f=\{۴\}$: $\sqrt{۱۶-a}+\sqrt{b-۱۲}=0$: $\begin{cases}۱۶-a=0 \to a=۱۶ \\ b-۱۲=0 \to b=۱۲\end{cases}$: $\frac{b}{a}=\frac{۱۲}{۱۶}=\frac{۳}{۴}$

$b/a=?$

۲

۵) الف) $y=\sqrt{\frac{x+۱}{|x-۲|}}+\sqrt{\frac{۴-x}{x^۲+۲x+۴}}$; $\Delta<0 \to$ همیشه مثبت

۱) $[-۱,+\infty)-\{۲\}$; ۲) $(-\infty,۴]$ $\Rightarrow ۱\cap۲: D_f=[-۱,۴]-\{۲\}$

۲

ب) $y=\sqrt{[x]-۴}+\sqrt{۲-[x]} \Rightarrow D_f=۱\cap۲=\emptyset$

$[x]-۴\geq0$; $۲-[x]\geq0$

$[x]\geq۴$; $[x]\leq۲$

۱) $x\geq۴$; ۲) $x<۳$

۶) الف) $y=\sqrt{\frac{x^۲-x-۶}{x^۴-۱۳x^۲+۳۶}}$ $\to \Delta=۲۵: \frac{۱\pm۵}{۲} \Rightarrow x=۳,-۲$

$x^۲=t: t^۲-۱۳t+۳۶ \to (t-۹)(t-۴) \to t=۴,۹: x^۲=۴,۹ \Rightarrow x=\pm۲,\pm۳$

$\Rightarrow ۱\cap۲: D_f=(-\infty,-۳)\cup(۳,+\infty)$

۱

ب) $\sqrt{\frac{x^۳-۲x^۲-۵x+۶}{x^۳+۲x^۲-۵x-۶}}$: $(x-۱)(x^۲-x-۶)=0$; $(x-۳)(x+۲)$

$\hookrightarrow (x+۱)(x^۲+x-۶)=0$; $(x-۲)(x+۳) \to -۳,۲$

$\Rightarrow ۱\cap۲: D_f=(-۲,-۱)\cup[۳,+\infty)$

۷) الف) $y=\sqrt{[x]-۲}$: $[x]-۲\geq0 \to [x]\geq۲ \to x\leq-۲$: $D_f=(-\infty,-۲]$

۱

ب) $y=\frac{۵x^۲+۶}{[x]^۲-۲[x]-۳}$: $[x]^۲-۲[x]-۳>0$; $[x]=t$: $t^۲-۲t-۳>0$: $(t-۳)(t+۱)=0$; $t=۳,-۱$

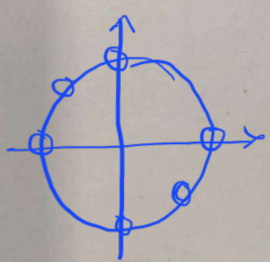
$[x]<-۱ \to x<-۱$; $[x]>۳ \to x\geq۴$

$\Rightarrow D_f=[۴,+\infty)\cup(-\infty,-۱)$

$[x]\neq ۳,-۱ \to D-\{[۳,۴),[-۱,0)\}$

۸) الف) $y=\frac{\cot x+۱}{\tan x+۱}$: $k\pi$; $\tan x\neq-۱$; $D_f=\emptyset$

$k\pi+\frac{\pi}{۲}$, $k\pi-\frac{\pi}{۴}$



۱

$D=R-\{\frac{k\pi}{۲}, k\pi-\frac{\pi}{۴}\}$

(۸

ت) $y=\sqrt{1-4\sin^2x}$: $\to 1-4\sin^2x \geq 0$

$4\sin^2x \leq 1 \to \sin^2x \leq \frac{1}{4} \to \sin x \leq \pm\frac{1}{2}$: $D_f=[k\pi-\frac{\pi}{6}, k\pi+\frac{\pi}{6}]$

(۹

$\Rightarrow 1\cap 2$: $D_f=[1/5, +\infty)$

الف) $y=\sqrt{1-\log_{\frac{1}{2}}^{x-1}}$: 1) $x-1>0 \to x>1$

2) $1-\log_{\frac{1}{2}}^{x-1} \geq 0 \to \log_{\frac{1}{2}}^{x-1} \leq 1 \to x-1 \geq \frac{1}{2}$: $x \geq \frac{3}{2} \to 1/5$

۱,۷۵

ت) $y=\dfrac{\sqrt{x^2-x}}{1-\log_4^{x^2-3x}}$:

1) $x^2-x \geq 0 \to 0, 1$: $+ \; - \; +$

2) $x^2-3x>0 \to 0, 3$: $+ \; - \; +$

3) $1-\log_4^{x^2-3x} > 0 \to \log_4^{x^2-3x} < 1$: $x^2-3x<4 \to x^2-3x-4<0$: $-1, 4$: $+ \; - \; +$

: $1\cap 2\cap 3$: $D_f=(3, 4]$

$D_f=(-\infty, 0) \cup (3, +\infty) - \{-1, 4\}$

$x \neq -1, 4$

(۱۰

الف) $y=\sqrt{2^{4x-x^2}-8}$: $2^{4x-x^2}-8 \geq 0 \to 2^{4x-x^2} \geq 2^3$: $4x-x^2 \geq 3$

$4x-x^2-3 \geq 0 \to x=3, 1$: $- \; + \; -$

۲

$\Rightarrow D_f=[1, 3]$

ت) $y=\left(\frac{3x+5}{2x+4}\right)!$: $\frac{3x+5}{2x+4} \in W$ $x=-\frac{4W-5}{2W-3}=\frac{-4W+5}{2W-3}$: $D_f=\{x \mid x=\frac{-4k+5}{2k-3}, k \in W\}$