۲۰

نام و نام خانوادگی ......پریا جانگیری.................. **پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره** ...۳... **کلاس** ..یازدهم ریاضی A..........

۱

$2x^2+y^2-4x+6y+k+\underset{+9+2}{11}-11=0 \to \underbrace{2x^2-4x+2}+y^2+6y+9-11+k=0$

$\underbrace{2(x-1)^2}_{\text{نامنفی}}+\underbrace{(y+3)^2}_{\text{نامنفی}}+(k-11)=0$ و

$2(x-1)^2+(y+3)^2=11-k$

چون جمع دو عبارت نامنفی برابر $(11-k)$ است پس $0\le 11-k$

پس $k\le 11$ است و چون عبارت تابع است باید به ازای یک مقدار x، تنها یک مقدار به ما بدهد.

اگر $k<11$ ← مثلاً $\boxed{k=2}$

$x=1$ (مثال نقض) $\begin{cases} y=0\\ y=-6\end{cases}$

$\underbrace{2(1-1)^2}_{0}+(y+3)^2=9$

پس فقط $\boxed{k=11}$ ← در این حالت فقط یک مقدار برای تابع داریم و $x=1,\ y=-3$

۴

۲

هر دو ضابطه‌ی تابع باید به ازای a، یک مقدار بدهد $\Longrightarrow$

$a^2+4a=\underbrace{2a+a}_{3a}+2 \to a^2+\underbrace{4a-3a}_{a}-2=0 \to a^2+a-2=0$

$(a+2)(a-1)=0$ و $\boxed{a=-2}$ غ ق ق ، $\boxed{a=1}$ ق ق

$\boxed{a=1} \xleftarrow{a>0}$

$\begin{cases} x^2+4x; & x\ge 1\\ 2x+a+2; & x\le 1\end{cases} \to f(1)=(1)^2+4(1)=5$

۴

۳

$|x+1|\ge 2 \to \begin{cases} x+1\ge 2 \to x\ge 1\\ \text{یا}\\ x+1\le -2 \to x\le -3\end{cases} \to f(x)=\begin{cases} 2x^2-b; & x\ge 1,\ x\le -3\\ a+2x; & -3\le x\le -1\end{cases}$ و

چون تابع است پس به ازای ۳- باید یک مقدار بدهد

$2(-3)^2-b=a+2(-3)$

$18-b=a-6 \to \boxed{a+b=24}$

۴

۴

① $6x-a\ge 0 \to x\ge \frac{a}{6}$

② $b-3x\ge 0 \to x\le \frac{b}{3}$

چون دامنه‌ی تابع فقط یک مقدار است $\boxed{x=2}$ پس باید $\frac{a}{6}=2$ و $\frac{b}{3}=2$ در غیر این صورت دامنه فقط یک مقدار نیست.

$\boxed{\frac{a}{6}=2} \to \boxed{a=12}$ $\quad \boxed{\frac{b}{3}=2} \to \boxed{b=6}$

$\boxed{\frac{b}{a}=\frac{6}{12}=\frac{1}{2}}$

۴

۵

الف) ① $\frac{x+1}{|x-3|}\ge 0$ $\quad x+1 \to x=-1$ ، $|x-3| \to x=3$

-1 ، 3 : $-\ |\ +\ |\ +$ $\Longrightarrow [-1,3)\cup(3,+\infty)$

② $\frac{6-x}{x^2+2x+4}\ge 0$ $\quad 6-x \to x=6$

6 : $+\ |\ -$ $\Longrightarrow (-\infty,6]$

$\Delta=b^2-4ac=4-4(1)(4)=-12<0 \to$ ریشه ندارد

و چون $\Delta<0$ ، $a>0$ همواره مثبت است.

$① \cap ② \Downarrow$

$D_f=[-1,3)\cup(3,6]$

۴

ادامه سوال ۵:

ب) ① $[x]-4\ge 0 \to [x]\ge 4 \to x\ge 4$

② $2-[x]\ge 0 \to 2\ge [x] \to x<3$

$① \cap ② \Longrightarrow D_f=\varnothing$

پرنیا جهانگیری

$D_f = (-\infty , -۳) \cup [-۲ , -۱) \cup [۱ , ۲) \cup [۳ , +\infty)$

۶

الف) $\dfrac{x^۲-x-۶}{x^۴-۱۳x^۲+۳۶} \geq ۰$ $\rightarrow (x-۳)(x+۲) \rightarrow x=۳ , x=-۲$

$\rightarrow (x^۲-۹)(x^۲-۴) \rightarrow x^۲=۹ \rightarrow x=۳ , x=-۳$; $x^۲=۴ \rightarrow x=-۲ , x=۲$ $\Rightarrow$ ✓

	-۳	-۲		۲		۳	
		ریشه زوج				ریشه زوج	
+	○	−	○	−	●	+	○	+

پس $D_f = (-\infty , -۳) \cup (۲ , ۳) \cup (۳ , +\infty)$ (۲)

ب) $\dfrac{x^۳-۲x^۲-۵x+۶}{x^۳+۲x^۲-۵x-۶} \geq ۰ \rightarrow \dfrac{(x-۱)(x^۲-x-۶)}{(x+۱)(x^۲+x-۶)} \geq ۰$ ✓

$\dfrac{(x-۱)(x-۳)(x+۲)}{(x+۱)(x+۳)(x-۲)}$ $\rightarrow x=۱ , x=۳ , x=-۲$; $\rightarrow x=-۱ , x=-۳ , x=۲$

	-۳		-۲		-۱		۱		۲		۳	
+	○	−	●	+	○	−	●	+	○	−	●	+

(راه‌حل قسمت ب بالای صفحه ↑)

۷

الف) $[-x]-۲ \geq ۰ \rightarrow [-x] \geq ۲ \rightarrow x \leq -۲ \rightarrow$ ✓ $D_f = (-\infty , -۲]$

ب) $[x]^۲-۲[x]-۳ \neq ۰ \rightarrow ([x]+۱)([x]-۳) \neq ۰$ ✓ (۲)

$$\begin{cases} [x]+۱ \neq ۰ \rightarrow [x] \neq -۱ \rightarrow x \neq [-۱ , ۰) \\ [x]-۳ \neq ۰ \rightarrow [x] \neq ۳ \rightarrow x \neq [۳ , ۴) \end{cases} \Rightarrow D_f = (-\infty , -۱) \cup [۰ , ۳) \cup [۴ , +\infty)$$ ✓

۸

الف) $\dfrac{\dfrac{\cos x}{\sin x}+۱}{\dfrac{\sin x}{\cos x}+۱} \Rightarrow \begin{cases} \sin x \neq ۰ \\ \cos x \neq ۰ \end{cases} \rightarrow x \neq \{\dfrac{k\pi}{۲}\}$

$\tan x+۱ \neq ۰ \rightarrow \tan x \neq -۱ \rightarrow x \neq \{k\pi - \dfrac{\pi}{۴}\}$ ✓ (۲)

$D_f = R - \{\dfrac{k\pi}{۲} , k\pi - \dfrac{\pi}{۴}\}$

ب) $۱-۴\sin^۲ x \geq ۰ \rightarrow ۴\sin^۲ x \leq ۱ \rightarrow \sin^۲ x \leq \dfrac{۱}{۴}$ ✓

$-\dfrac{۱}{۲} \leq \sin x \leq \dfrac{۱}{۲}$

$\boxed{D_f = [k\pi - \dfrac{\pi}{۶} , k\pi + \dfrac{\pi}{۶}]}$

$D_f = \{۲k\pi - \dfrac{\pi}{۶} , ۲k\pi + \dfrac{\pi}{۶}] \cup [۲k\pi + \dfrac{۵\pi}{۶} , ۲k\pi + \dfrac{۷\pi}{۶}]$

۹

الف) $\begin{cases} ① ۱-\log_{\frac{۱}{۲}}^{x-۱} \geq ۰ \rightarrow \log_{\frac{۱}{۲}}^{x-۱} \leq ۱ \rightarrow x-۱ \geq \dfrac{۱}{۲} \rightarrow x \geq \dfrac{۳}{۲} \rightarrow D_f = [\dfrac{۳}{۲} , +\infty) \\ ② x-۱ > ۰ \rightarrow x > ۱ \end{cases}$ ✓

$① \cap ② \rightarrow D_f = [\dfrac{۳}{۲} , +\infty)$ (۶)

ب) ① $x^۲-x \geq ۰ \rightarrow x(x-۱) \geq ۰ \Rightarrow x=۰ , x=۱$

	۰		۱	
+	●	−	●	+

② $۱-\log_۴^{x^۲-۳x} \neq ۰ \Rightarrow \log_۴^{x^۲-۳x} \neq +۱ \longrightarrow x^۲-۳x \neq ۴ \rightarrow x^۲-۳x-۴ \neq ۰$ ✓

$(x-۴)(x+۱)$

$x \neq ۴ , x \neq -۱$

③ $x^۲-۳x > ۰ \rightarrow x(x-۳) > ۰ \rightarrow x=۰ , x=۳$

	۰		۳	
+	○	−	○	+

(ادامه سوال پایین صفحه ↓)

۱۰

الف) $۲^{۴x-x^۲}-۸ \geq ۰ \rightarrow ۲^{۴x-x^۲} \geq ۸ \rightarrow ۲^{۴x-x^۲} \geq ۲^۳ \longrightarrow ۴x-x^۲ \geq ۳$

$x^۲-۴x+۳ \leq ۰$

$(x-۳)(x-۱) \rightarrow x=۳ , x=۱$

	۱		۳	
+	●	−	●	+

$\Rightarrow D_f = [۱ , ۳]$ ✓ (۲)

ب) $\dfrac{۳x+۵}{۲x+۴} \in W \Rightarrow x = -\dfrac{۴W-۵}{۲W-۳} = \dfrac{-۴W+۵}{۲W-۳} \Rightarrow$ ✓ $D_f = \{x | x = \dfrac{-۴k+۵}{۲k-۳} , k \in W\}$

ادامه سوال ۹:

$① \rightarrow (-\infty , ۰] \cup [۱ , +\infty)$

$② \rightarrow (-\infty , ۰) \cup (۳ , +\infty)$

$③ \rightarrow x \neq ۴ , x \neq -۱$

$① \cap ② \cap ③ \Rightarrow D_f = (-\infty , -۱) \cup (-۱ , ۰) \cup (۳ , ۴) \cup (۴ , +\infty)$