ملیکا محمد حسینی

۱

$۲x^۲+y^۲-٤x+۶y+k=۰$ $\quad x\to ۲x^۲-٤x=۲(x^۲-۲x)$

$y\to y^۲+۶y=(y+۳)^۲-۹$ $\quad ۲((x-۱)^۲-۱)=۲(x-۱)^۲-۲$

$۲(x-۱)^۲-۲+(y+۳)^۲-۹+k=۰$ $\quad k<۱۱$ برای اینکه تابع ناتهی است $k>۱۱$ اگر کوچکتر بود

$۲(x-۱)^۲+(y+۳)^۲+(-۱۱+k)=۰\to ۲(x-۱)^۲+(y+۳)^۲=۱۱-k$

۲

$f(x)=\begin{cases}x^۲+٤x & x\geq a\\ ۲x+a+۲ & x<a\end{cases}$ $\quad x=a \quad a>۰$ $\quad a=-۲$ غ ق ق

طبق این $\boxed{a=۱}$

$\xrightarrow{x=a} a^۲+٤a=۲a+a+۲\to a^۲+٤a=۳a+۲\to a^۲+a-۲=۰\to(a+۲)(a-۱)$

$x\geq ۱\to f(۱)=۱^۲+٤(۱)=۵$ ضابطه اول $\quad f(۱)\to ۲(۱)+۱+۲=۵\to$ ضابطه دوم

$f(۱)=۵$

۳

$f(x)=\begin{cases}۲x^۲-b & |x+۱|\geq ۲\\ a+۲x & \end{cases}$ $\quad \begin{cases}x\geq ۱\\ x\leq -۳\end{cases}$ $\quad a+b=?$

$-۳\leq x\leq -۱$

چون باید رابطه تابع باشد پس باید از (-۳) پیروی کند

$f(-۳)=۲(-۳)^۲-b\Rightarrow ۱۸-b$

$f(-۳)=a+۲(-۳)\Rightarrow a-۶\longrightarrow ۱۸-b=a-۶\longrightarrow \boxed{a+b=۲٤}$

٤

$y=\sqrt{۶x-a}+\sqrt{b-۳x}$ $\quad x=۲$ $\quad \frac{b}{a}=?$ $\quad$ دامنه $=\{۲\}$

$۶x-a\geq ۰\to ۶x\geq a\to x\geq \frac{a}{۶}$ $\quad b-۳x\geq ۰\to b\geq ۳x\to \frac{b}{۳}\geq x$

$\frac{a}{۶}\leq x\leq \frac{b}{۳}$ $\quad \frac{a}{۶}=۲$, $a=۱۲$ $\quad \frac{b}{۳}=۲$, $b=۶$ $\quad \frac{b}{a}\Rightarrow \frac{۶}{۱۲}=\frac{۳}{۶}=\boxed{\frac{۱}{۲}}$

۵ الف

$y=\sqrt{\frac{x+۱}{|x-۳|}}+\sqrt{\frac{۶-x}{x^۲+۲x+٤}}\to \frac{x+۱}{|x-۳|}\geq ۰$ $\to x+۱\geq ۰\to x\geq -۱$; $|x-۳|>۰\to x\neq ۳$

$\to \frac{۶-x}{x^۲+۲x+٤}\geq ۰\to ۶-x\geq ۰\to ۶\geq x$

$-۱\leq x\leq ۶ \quad x\neq ۳\longrightarrow D_y=[-۱,۳)\cup(۳,۶]$

ب

$y=\sqrt{[x]-٤}+\sqrt{۲-[x]}$

$[x]-٤\geq ۰\to [x]\geq ٤$

$۲-[x]\geq ۰\to ۲\geq [x]$

$D_y=\{\varnothing\}$

ملیکا محمد حسینی

۶ الف

$y=\sqrt{\dfrac{x^2-x-6}{x^4-13x^2+36}} \longrightarrow \dfrac{x^2-x-6}{x^4-13x^2+36}\geq 0 \longrightarrow x^4-13x^2+36\neq 0$

$x^2-x-6=(x-3)(x+2)$

$x^4-13x^2+36=(x^2-9)(x^2-4)\longrightarrow (x-3)(x+3)(x+2)(x-2)$

$\dfrac{\cancel{(x-3)}\cancel{(x+2)}}{\cancel{(x-3)}(x+3)(x-2)\cancel{(x+2)}}=\dfrac{1}{(x+3)(x-2)}\geq 0 \longrightarrow x<-3 \quad x>2 \longrightarrow x\neq -2,3$

$\longrightarrow D_y=(-\infty,-3)\cup(2,+3)\cup(3,+\infty)$

ب

$y=\sqrt{\dfrac{x^3-2x^2-5x+6}{x^3+2x^2-5x-6}} \longrightarrow \dfrac{x^3-2x^2-5x+6}{x^3+2x^2-5x-6}\geq 0$

$0\neq \longleftarrow x^3+2x^2-5x-6 \xrightarrow{\div x+1} (x+1)(x+3)(x-2)$

صورت $=(x^3-2x^2)-(5x-6)\longrightarrow x^2(x-2)-(5x-6)\longrightarrow (x-1)(x-3)(x-2)$

مخرج $=(x^3+2x^2)-(5x+6)\longrightarrow (x-2)(x+1)(x+3)\longrightarrow x\neq 2,-1,-3$

$D_y=(-\infty,-3)\cup(-2,-1)\cup(2,3)\cup(3,+\infty) \longleftarrow$

۷ الف

$y=\sqrt{[-x]-2} \longrightarrow [-x]-2\geq 0 \longrightarrow [-x]\geq 2 \longrightarrow x\leq -2 \longrightarrow D_y=(-\infty,-2]$

ب

$y=\dfrac{5x^2+6}{[x]^2-2[x]-3} \longrightarrow [x]^2-2[x]-3 \longrightarrow ([x]-3)([x]+1)$

این بازه ها ممنوع اند $\longleftarrow [x]=3 \longrightarrow 3\leq x<4$

$[x]=-1$

$-1\leq x<0$

$D_y=(-\infty,-1)\cup(-1,3)\cup[4,+\infty) \longleftarrow$

۸ الف

$y=\dfrac{\cot x+1}{\tan x+1} \longrightarrow \dfrac{\frac{\cos x}{\sin x}+1}{\frac{\sin x}{\cos x}+1}=\dfrac{\frac{\cos x+\sin x}{\sin x}}{\frac{\sin x+\cos x}{\cos x}}=\dfrac{\cos x}{\sin x}=\cot x$

$D_y=x\in R\left\{n\pi-\frac{\pi}{4}+n\pi \mid n\in Z\right\} \longleftarrow$

ب

$y=\sqrt{1-4\sin^2 x} \longrightarrow 1-4\sin^2 x\geq 0 \longrightarrow 1\geq 4\sin^2 x \longrightarrow \sin^2 x\leq \frac{1}{4}$

$|\sin x|\leq \frac{1}{2} \longrightarrow -\frac{1}{2}\leq \sin x\leq \frac{1}{2} \longrightarrow x\in\left[-\frac{\pi}{6},\frac{\pi}{6}\right]$

$D_y=x\in(K\in Z)\left[2K\pi-\frac{\pi}{6},2\pi K+\frac{\pi}{6}\right] \longleftarrow$

۹ الف

$y=\sqrt{1-\log_{\frac{1}{2}}^{x-1}} \longrightarrow 1-\log_{\frac{1}{2}}^{x-1}\geq 0 \longrightarrow 1\geq \log \quad (x-1)\geq \frac{1}{2} \quad \left(\frac{1}{2}\right)<1 \longrightarrow x\geq \frac{3}{2} \longrightarrow D_y=\left[\frac{3}{2},\infty\right)$

$y=\dfrac{\sqrt{x^2-x}}{1-\log_4^{x^2-3x}}$?

۱۰ الف $D=[1,3]$

$y=\sqrt{2^{4x-x^2}-8}\geq 0 \longrightarrow 2^{4x-x^2}\geq 2^3 \longrightarrow 4x-x^2\geq 3 \longrightarrow x^2-4x+3\leq 0 \longrightarrow \frac{4\pm 2}{2}=1$ و 3

$y = \left(\dfrac{۳x+۵}{۲x+۴}\right)! \longrightarrow ۲x+۴ \neq ۰ \longrightarrow x \neq -۲$

۱۰ ب)

$\dfrac{۳x+۵}{۲x+۴} \in \overset{M}{\mathbb{Z} \geq ۰} \longrightarrow ۳x+۵ = M(۲x+۴)$

$۳x+۵ = ۲Mx + ۴M \longrightarrow x(۳-۲M) = ۴M-۵$

$\dfrac{۴M-۵}{۳-۲M} \neq -۲ \rightarrow ۴M-۵ \neq -۲(۳-۲M) = -۶+۴M \quad \boxed{M \neq \dfrac{۳}{۲}}$

$-۶+\cancel{۴M} \neq \cancel{۴M}-۵ \longrightarrow -۵ \neq -۶$

M	۰	۱	۲	۳
x	$-\frac{۵}{۳}$	-۱	-۳	$-\frac{۷}{۳}$

$D_y = x \in \left\{-\dfrac{۵}{۳}, -۱, -۳, \ldots\right\}$