آلا کرمانی — پاسخنامه تشریحی شماره ۵ — کلاس یازدهم ریاضی A

۱-

$2x^2+y^2-4x+6y+k=0 \Rightarrow \underline{2x^2-4x}+\underbrace{y^2+6y}+k=0 \Rightarrow (\sqrt{2}x-\sqrt{2})^2+(y+3)^2=0$

$\Rightarrow k=2+9=11$

۲-

$f(x)=\begin{cases} x^2+4x \;;\; x\geq a \\ 2x+a+2 \;;\; x<a \end{cases}$ if $x=a \Rightarrow a^2+4a=2a+a+2 \Rightarrow$

$a^2+a-2 \Rightarrow (a-1)(a+2) \Rightarrow a=\begin{cases}1\\-2\end{cases} \xrightarrow{a\geq 0} a=1 \Rightarrow f(1)=1+4=5$

یا

$2+1+2=5$

۳-

$f(x)=\begin{cases} 2x^2-b \;;\; |x+1|\geq 2 \\ a+2x \;;\; -3<x\leq -1 \end{cases} \Rightarrow |x+1|\geq 2 \Rightarrow -2\geq x+1\geq 2 \Rightarrow -3\geq x \geq 1$

if $x=-3 \Rightarrow 2\times 9-b=a+(-6) \Rightarrow 24=a+b$

۴-

$y=\sqrt{6x-a}+\sqrt{b-3x} \qquad D_f=\{2\}$

$\left.\begin{array}{l} 6x-a\geq 0 \Rightarrow 6x\geq a \Rightarrow x\geq \frac{a}{6} \\ b-3x\geq 0 \Rightarrow b\geq 3x \Rightarrow \frac{b}{3}\geq x \end{array}\right\} \frac{a}{6}=\frac{b}{3}=x \Rightarrow a=12,\ b=6 \Rightarrow \frac{b}{a}=\frac{6}{12}=\frac{1}{2}$

۵-

الف) $y=\sqrt{\dfrac{x+1}{|x-3|}}+\sqrt{\dfrac{9-x}{x^2+2x+4}}$ ($x=-1$، $x=3$، $x=9$، همیشه مثبت)

$\frac{x+1}{|x-3|}\geq 0 \Rightarrow$ (-1، 3: $-\ +\ +$) $\Rightarrow [-1,3)\cup(3,+\infty)$ ①

$\frac{9-x}{x^2+2x+4}\geq 0 \Rightarrow$ (9: $+\ -$) $(-\infty,9]$ ②

$D_f=[-1,3)\cup(3,9]$

ب) $y=\sqrt{[x]-4}+\sqrt{2-[x]} \Rightarrow$

$\left.\begin{array}{l} [x]-4\geq 0 \Rightarrow [x]\geq 4 \Rightarrow x\geq 4 \ ① \\ 2-[x]\geq 0 \Rightarrow 2\geq [x] \Rightarrow 3> x \ ② \end{array}\right\} \xrightarrow{\cap} D_f=\varnothing$

۶-

الف) $y=\sqrt{\dfrac{x^2-x-6}{x^4-13x^2+36}} \Rightarrow (x^2-6)^2-x^2=0 \Rightarrow x^2-6=\pm x \Rightarrow x^2-x-6 \Rightarrow (x-3)(x+2)$

$(x)^2 \to \pm 3,\ \pm 2$

(-3، -2، 2، 3: $+\ -\ +\ -\ +$) $\Rightarrow D_f=(-\infty,-3)\cup(2,3)\cup(3,+\infty)$

۶-

ب) $y=\sqrt{\dfrac{x^3-2x^2-5x+6}{x^3+2x^2-5x-6}}$

$x^3-2x^2-5x+6 \to (x-1)(x-3)(x+2)=0 \Rightarrow x=1,3,-2$

$x^3+2x^2-5x-6 \to (x+1)(x+3)(x-2)=0 \Rightarrow x=-1,-3,2$

$-3 \quad -2 \quad -1 \quad 1 \quad 2 \quad 3$

$+ \;|\; - \;|\; + \;|\; - \;|\; + \;|\; - \;|\; +$

$\Rightarrow D_f=(-\infty,-3)\cup[-2,-1)\cup[1,2)\cup[3,+\infty)$

۷-

الف) $y=\sqrt{[-x]-2} \Rightarrow [-x]-2\geq 0 \Rightarrow [-x]\geq 2 \Rightarrow [x]\leq -2 \Rightarrow x\leq -2 \quad D_f=(-\infty,-2]$

ب) $y=\dfrac{5x^2+6}{[x]^2-2[x]-3} \Rightarrow [x]^2-2[x]-3=0 \Rightarrow x^2-2x-3=0 \Rightarrow (x-3)(x+1) \to -1,\ 3$

$[x]=3 \Rightarrow 3\leq x<4$

$[x]=-1 \Rightarrow -2\leq x\leq -1$

$\rightarrow D_f=(-\infty,2]\cup(1,3)\cup[4,+\infty)$

یا

$R-(-2,-1]\cup[3,4)$

۸-

الف) $y=\dfrac{\cot x+1}{\tan x+1} \Rightarrow$

$\tan \neq$ تن $\Rightarrow \dfrac{\sin}{\cos}\neq$ تن $\Rightarrow \cos\neq 0 \Rightarrow k\pi+\dfrac{\pi}{2}$ ①

$\tan x+1\neq 0 \Rightarrow \tan\neq -1 \Rightarrow \tan \Rightarrow \dfrac{k\pi}{2}+\dfrac{\pi}{4}$ ②

$D_f=R-\left\{\dfrac{k\pi}{2},\ \dfrac{k\pi}{2}+\dfrac{\pi}{4}\right\}$

$\cot\neq$ تن $\Rightarrow \dfrac{\cos}{\sin}\neq$ تن $\Rightarrow \sin\neq 0 = k\pi$

ب) $\sqrt{1-4\sin^2 x} \Rightarrow 1-4\sin^2 x\geq 0 \Rightarrow 1\geq 4\sin^2 x \xrightarrow{\sqrt{\ }} 1\geq 2\sin x \Rightarrow \dfrac{1}{2}\geq \sin x$,

$-\dfrac{1}{2}\leq \sin x$

$D_f=\left[\dfrac{k\pi}{2}-\dfrac{\pi}{6},\ k\pi+\dfrac{\pi}{6}\right]$

۹-

$y=\sqrt{1-\log_{\frac{1}{2}}^{x-1}} \Rightarrow$

$x-1>0 \Rightarrow x>1$ ①

$1-\log_{\frac{1}{2}}^{x-1}\geq 0 \Rightarrow 1\geq \log_{\frac{1}{2}}^{x-1} \Rightarrow \dfrac{1}{2}\leq x-1 \Rightarrow \dfrac{3}{2}\leq x$

$D_f=\left[\dfrac{3}{2},+\infty\right)$

ب) $y=\dfrac{\sqrt{x^2-x}}{1-\log_4^{x^2-3x}} \Rightarrow x(x-1)=0 \Rightarrow 0,1$

$\begin{matrix}0 & 1\\ + & - & +\end{matrix} \Rightarrow (-\infty,0]\cup[1,+\infty)$ ①

$x^2-3x>0 \Rightarrow \begin{matrix}0 & 3\\ + & - & +\end{matrix} \Rightarrow (-\infty,0)\cup(3,+\infty)$ ②

$1-\log_4^{x^2-3x}\neq 0 \Rightarrow 1\neq \log_4^{x^2-3x} \Rightarrow 4\neq x^2-3x \Rightarrow x^2-3x-4\neq 0$

$x\neq 4,-1$ ③

$D_f=\big((-\infty,0)\cup(3,+\infty)\big)-\{4,-1\}$

۱۰- الف) $y = \sqrt{2^{4x-x^2}-8} \Rightarrow 2^{4x-x^2}-8 \geq 0 \Rightarrow 2^{4x-x^2} \geq 8 \Rightarrow$

$4x - x^2 \geq 3 \Rightarrow -x^2 + 4x - 3 \geq 0$

	1		3	
−	0	+	0	−

$D_f = [1, 3]$

ب) $y = \left(\frac{3x+5}{2x+4}\right)! \Rightarrow \frac{3x+5}{2x+4} \in W \Rightarrow x \in \frac{4w-5}{2w-3}$

$D_f = \left\{ x \mid x = \frac{-4k+5}{-2k+3},\ k \in W \right\}$