-۱

$2x^2+y^2-4x+6y+k=0$

$$2x^2-4x+y^2+6y+k=0 \longrightarrow 2(x-1)^2-2+(y+3)^2-9+k=0 \longrightarrow \underbrace{2(x-1)^2}_{\text{همواره }+}+\underbrace{(y+3)^2}_{\text{همواره }+}+\overbrace{(k-11)}^{\text{باید یا منفی یا صفر باشد}}=0$$

$k-11\leq 0 \longrightarrow k\leq 11$

-۲

$a^2+4a=2a+a+2 \longrightarrow a^2+a-2=0 \longrightarrow a=-2,\ a=1$

اگر $a=-2 \longleftarrow$

$$f(1)=1+4=5 \quad \leftarrow \quad f(x)=\begin{cases} x^2+4x & ; \ x\geq -2 \\ 2x\underbrace{\cancel{-2+2}}_{0} & ; \ x\leq -2 \end{cases}$$

اگر $a=1 \longleftarrow$

$$f(x)=\begin{cases} x^2+4x & ; \ x\geq 1 \\ 2x\underbrace{+1+2}_{+3} & ; \ x\leq 1 \end{cases}$$

$f(1)=1+4=5$

$f(1)=2+3=5$

در هر صورت $f(1)=5$ است

-۳

$|x+1|\geq 2 \longrightarrow x+1\geq 2$ یا $x+1\leq -2 \longrightarrow x\geq 1$ یا $\underbrace{x\leq -3}$

$$\xrightarrow[\text{در رابطه‌ها}]{\text{جایگذاری }-3} 2(9)-b=a+2(-3) \longrightarrow 18-b=a-6 \longrightarrow 24=a+b$$

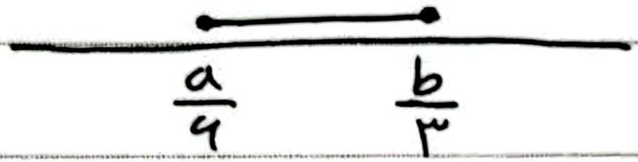
۴-

$$y = \underbrace{\sqrt{4x - a}}_{\text{برابر صفر}} + \underbrace{\sqrt{b - 3x}}_{\text{برابر صفر}}$$

$$4x - a \geq 0 \rightarrow 4x \geq a \rightarrow x \geq \frac{a}{4}$$

$$b - 3x \geq 0 \rightarrow b \geq 3x \rightarrow \frac{b}{3} \geq x$$

یا



یا ← دامنه یک عضو دارد پس نمودار درست این است.

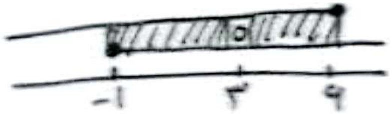
$$\frac{a}{4} = \frac{b}{3} = 2 \rightarrow b = 6 , \ a = 12$$ ← چون دامنه یک عضو دارد

$$\frac{b}{a} = \frac{1}{2}$$

-۵

الف) $x+1 \geq 0 \to x \geq -1$ ، $|x-3| \neq 0 \to x \neq 3$ ، $\dfrac{6-x}{x^2+2x+4} \geq 0 \to 6-x \geq 0 \to 6 \geq x$

همواره + و غیر صفر ← $(x+1)^2+3$



$D_R = [-1,3) \cup (3,6]$

ب) $[x]-4 \geq 0 \to [x] \geq 4 \to x \geq 4$ ، $2-[x] \geq 0 \to 2 \geq [x] \to x < 3$

$D_R = \varnothing$

۶- پریا امینی

الف) $\dfrac{x^2-x-6}{x^4-13x^2+36} \geq 0 \to (-\infty,-3)\cup(2,3)\cup(3,+\infty)$

-3		-2		2		3	
$+$		$-$		$-$	$+$		$+$

$x^2-x-6=0 \begin{cases} x=-2 \\ x=3 \end{cases}$

$x^4-13x^2+36=0 \xrightarrow{x^2=t} t^2-13t+36=0 \to (t-4)(t-9)=0 \begin{cases} t=4 \to x^2=4 \to x=\pm 2 \\ t=9 \to x^2=9 \to x=\pm 3 \end{cases}$

ب)

$x^3-2x^2-5x+6=0 \xrightarrow{\text{حدس}} x=3 \to 27-2(9)-5(3)+6=0 \checkmark \to$ $x-3$ بر $\to$ بخش پذیر است

$$\begin{array}{l|l} x^3-2x^2-5x+6 & x-3 \\ \cancel{-x^3}+3x^2 & x^2+x-2 \\ \hline \cancel{x^2}-5x+6 & \\ \cancel{-x^2}+3x & \\ \hline -2x+6 & \\ +2x-6 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

$x^3-2x^2-5x+6=(x-3)\underbrace{(x^2+x-2)}_{(x-1)(x+2)}$

$x^3+2x^2-5x-6=0 \xrightarrow{\text{حدس}} x=2 \to 8+2(2)^2-5(2)-6=0 \checkmark \to$ $x-2$ بر بخش پذیر است

$$\begin{array}{l|l} \cancel{x^3}+2x^2-5x-6 & x-2 \\ \cancel{-x^3}+2x^2 & x^2+4x+3 \\ \hline \cancel{4x^2}-5x-6 & \\ \cancel{-4x^2}+8x & \\ \hline 3x-6 & \\ -3x+6 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

$x^3+2x^2-5x-6=\underbrace{(x^2+4x+3)}_{(x+1)(x+3)}(x-2)$

$\dfrac{(x-3)(x-1)(x+2)}{(x-2)(x+1)(x+3)} \geq 0$

-3		-2		-1		1		2		3	
$+$		$-$		$+$		$-$		$+$		$-$	$+$

$D_R=(-\infty,-3)\cup[-2,-1)\cup[1,2)\cup[3,+\infty)$

ریاضی

۷-

الف) $[-x]-2 \geqslant 0 \to [-x] \geqslant 2 \to x<-1$

ب) $[x]^2-2[x]-3 \neq 0 \xrightarrow{[x]=t} t^2-2t-3\neq 0 \begin{cases} \to t\neq -1 \to [x]\neq -1 \to 0>x\geqslant -1 & \text{نباید باشد} \\ \to t\neq 3 \to [x]\neq 3 \to 4>x\geqslant 3 & \text{نباید باشد} \end{cases}$

$D_R = \mathbb{R} - [3,4)\cup[-1,0) \to (-\infty,3)\cup[4,-1)\cup[0,+\infty)$

-۸

الف) $y=\dfrac{\cot x+1}{\tan x+1} \to$ صورت $\to \cot x=\dfrac{\cos x}{\sin x} \to \sin x\neq 0 \to x\neq k\pi$

مخرج $\to \tan x=\dfrac{\sin x}{\cos x} \to \cos x\neq 0 \to x\neq \dfrac{\pi}{۲}+k\pi$

$\tan x+1\neq 0 \to \tan x\neq -1 \to x\neq \dfrac{۳\pi}{۴}+k\pi$

$D=\mathbb{R}-\{k\pi , \dfrac{\pi}{۲}+k\pi , \dfrac{۳\pi}{۴}+k\pi$

ب) $\sqrt{1-۴\sin^۲ x} \to 1-۴\sin^۲ x\geqslant 0 \to 1\geqslant ۴\sin^۲ x \to \dfrac{1}{۴}\geqslant \sin^۲ x \to$

$|\sin x|\leq \dfrac{1}{۲} \to -\dfrac{1}{۲}\leq \sin x\leq \dfrac{1}{۲} \to x\in[k\pi+\dfrac{\pi}{۶}]\cup[k\pi-\dfrac{\pi}{۶}]\cup$

$\to [k\pi+\dfrac{۷\pi}{۶}]\cup[k\pi-\dfrac{۵\pi}{۶}$

-۹

الف) $y=\sqrt{1-\log_{\frac{1}{۲}}^{x-1}} \to 1-\log_{\frac{1}{۲}}^{x-1}\geqslant 0 \to 1\geqslant \log_{\frac{1}{۲}}^{x-1} \to$

$\dfrac{1}{۲}^{1}\leq x-1 \to \dfrac{۳}{۲}\leq x$

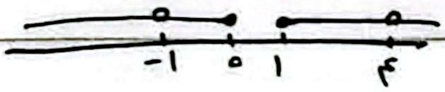
$x-1>0 \to x>1$

ب) $\dfrac{\sqrt{x^۲-x}}{1-\log_۴^{x^۲-۳x}} \to x^۲-x\geqslant 0 \to x(x-1)\geqslant 0$

0 1
+ 0 - 0 +

$1-\log_۴^{x^۲-۳x}\neq 0 \to \log_۴^{x^۲-۳x}\neq 1 \to ۴\neq x^۲-۳x \to x^۲-۳x-۴\neq 0 \to$

$x\neq ۴ , x\neq -1$



$\to D=(-\infty,-1)\cup(-1,0]\cup[1,۴)\cup(۴,+\infty)$

۱۰-

الف) $y=\sqrt{۲^{۴x-x^۲}-۸} \to ۲^{۴x-x^۲}-۸\geq ۰ \to ۲^{۴x-x^۲}\geq ۸ \to$

$۲^{۴x-x^۲}\geq ۲^۳ \to ۴x-x^۲\geq ۳ \to$

$-x^۲+۴x-۳\geq ۰ \to \begin{array}{ccccc} & +۱ & & +۳ & \\ \hline - & ۰ & + & ۰ & - \end{array} \to +۱\leq x\leq +۳$

ب) $\left(\frac{۳x+۵}{۲x+۴}\right)! \to \frac{۳x+۵}{۲x+۴}\in W \to ۲x+۴\neq ۰ \to x\neq -۲$

$\frac{۳x+۵}{۲x+۴}\geq ۰ \to ۳x+۵\geq ۰ \to ۳x\geq -۵ \to x\geq -\frac{۵}{۳}$