

14

$$\frac{1}{x-1} \leq \pm (x-1) \quad D_f: x \neq 1$$

if $x-1 > 0$, $x > 1 \Rightarrow (x-1)^2 \geq 1$, $x-1 \geq \pm 1 \Rightarrow x=0$ و $x=2$ $\xrightarrow{D=(1,+\infty)}$ $x=2$
 if $x-1 < 0$, $x < 1 \Rightarrow (x-1)^2 \leq 1$, $x^2+1-2x=1 \Rightarrow x^2-2x+2 \leq 0$, $\Delta < 0$ ریشه ندارد $\Rightarrow x=2$ (5)

الف) $\left| \frac{x-1}{x} \right| < 2$ و $D_f = \mathbb{R} - \{0\}$ / $-2 < \frac{x-1}{x} < 2 \Rightarrow -2x < x-1 < 2x$

$-2x+1 < x$ و $x > 1$, $x > \frac{1}{3}$, $2x < x+1 \Rightarrow \frac{1}{3} < x < +\infty$

ب) $\left| \frac{x-2}{x+1} \right| > 1$, $D_f = \mathbb{R} - \{-1\}$ / $|x-2| > |x+1| \xrightarrow{\text{مربع کردن}}$ $(x-2)^2 > (x+1)^2$ (5)

$x^2-4x+4 > x^2+2x+1$, $3x^2+8x-3 < 0$, $\Delta = 100$, $x = -3, \frac{1}{3} \Rightarrow (-3, \frac{1}{3}) - \{-1\}$

$x^2 < |x+4|$

if $x \geq 0$, $x+4 \geq 0$, $x \geq -4$ / $x^2 < x+4$, $x^2-x-4 < 0$, $(x-3)(x+2) < 0 \Rightarrow -2 < x < 3$

if $x < 0$, $x+4 < 0$, $x < -4$ / $x^2 < -4-x \Rightarrow x^2+x+4 < 0$, $\Delta < 0 \Rightarrow$ ریشه ندارد $\Rightarrow x < -2$ (5)

میانین $= \frac{3+(-2)}{2} = \frac{1}{2}$ $\rightarrow$ اردوژن تابع کمترین $\rightarrow x - \frac{1}{2} < \frac{3 - \frac{1}{2}}{\frac{1}{2}}$ و $x - \frac{1}{2} > \frac{-2 - \frac{1}{2}}{-\frac{1}{2}} \Rightarrow |x - \frac{1}{2}| < \frac{7}{2}$
 $\left| \alpha = \frac{1}{2}, \beta = \frac{7}{2} \right|$

$y = |x+1| - |2x| + |x-2| \rightarrow x \in \{-1, 0, 2\}$

x	-1	0	2
$-x-1+2x+2-x$	$x+1+2x+2-x$	$x+1-2x+2-x$	$x+1-2x+x-2$
3	$2x+3$	$-2x+3$	-1
	if $x = -\frac{1}{2}$ $-1+3=2$	if $x = 1$ $-2+3=1$	

$\Rightarrow \min = -1, \max = 3$

بصورت $3-1 \leq 2$

$y = \left| \frac{1}{x} \right| - 2 \xrightarrow{\text{مربع کردن}}$ $y = \left| \frac{1}{x} (x+4) \right| - 2 \xrightarrow{\text{مربع کردن}}$ $y = \left| \frac{1}{x} (x+4) \right| - 2 + 1 \Rightarrow y = \left| \frac{1}{x} x + 4 \right| - 1$

استرک $\rightarrow \left| \frac{1}{x} x \right| - 2 \leq \left| \frac{1}{x} x + 4 \right| - 1 \rightarrow \left| \frac{1}{x} x \right| - \left| \frac{1}{x} x + 4 \right| \leq 1$ $\left| \frac{1}{x} x \right| \leq 0$, $x \leq 0$ / $\left| \frac{1}{x} x + 4 \right| \leq 5$, $x \leq -5$ (5)

$-\infty$ 0
 $-\frac{1}{x} + \frac{1}{x} x + 2$ $\left| \frac{1}{x} x - \frac{1}{x} x - 2 \right|$ $\left| \frac{1}{x} x - \frac{1}{x} x - 2 \right| \Rightarrow x = -3$
 $y = |x|$ $-x = 3$ $x = -3$ $-2 = 1x$

الف) $f: [|1-x| - |x+1|] \quad |1-x| - |x+1| \in [-\infty, \infty]$

$\Rightarrow [|1-x| - |x+1|] \in \{-\infty, -5, -3, -1, 0, 1, 3, 5, \infty\}$

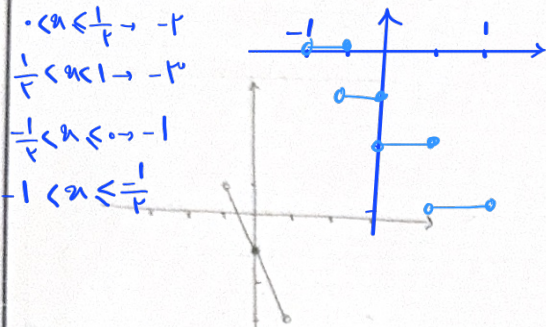
ب) $f(x) = \frac{1}{x} - \left\lfloor \frac{x+1}{x} \right\rfloor, D_f = \mathbb{R} - \{0\} \quad f(x) = \frac{1}{x} - \left\lfloor 1 + \frac{1}{x} \right\rfloor = \frac{1}{x} - \left\lfloor \frac{1}{x} \right\rfloor - 1$

$R: [0, 1) \xrightarrow{+1} R_f: [1, 2)$
 $R = [-1, 0)$

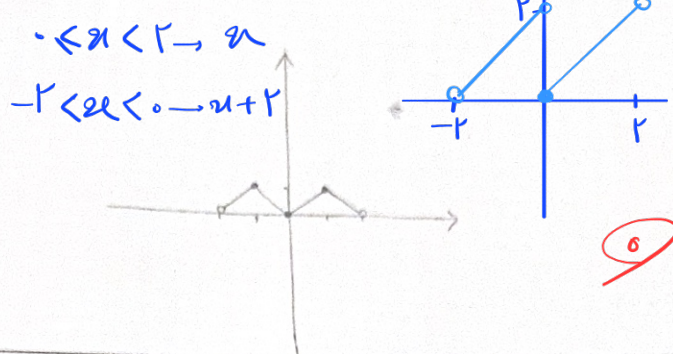
1,5

6

الف) $y = \lfloor 2x \rfloor - 1 \quad x \in (-1, 1)$



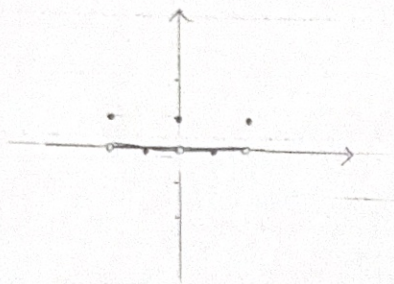
ب) $y = x - 2 \left\lfloor \frac{x}{2} \right\rfloor \quad x \in (-2, 2)$



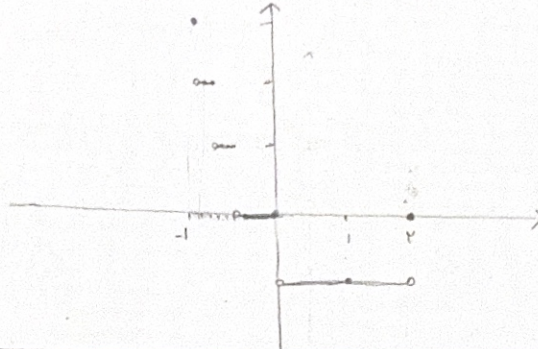
5

7

الف) $y = [|x| - 1], x \in [-2, 2]$



ب) $y = [x^2 - 2x] \quad x \in [-1, 2]$



5

8

$a + [b] = 4, 2 \rightarrow$ $\Rightarrow [a] + [b] \leq 4$ (اعداد ۰, ۱, ۲ برای a است)

$b - [a] = 2, 4 \rightarrow$ $\Rightarrow [b] - [a] \leq 2$ (اعداد ۰, ۲, ۴ برای b است)

$[b] = 3 \Rightarrow b \in [3, 4] \quad , \quad [b] - [a] = 2 \Rightarrow [a] = 1, a \in [1, 2]$

$a + b \in [4, 4]$

5

9

$(1 + \sqrt{2})^4 = 198 - (1 - \sqrt{2})^4 \rightarrow$ از طرف برابری میگیریم

1,5

$[(1 + \sqrt{2})^4] = [198 - (1 - \sqrt{2})^4] \xrightarrow{\text{در صند صیح را خارج می کنیم}} [(1 + \sqrt{2})^4] \leq 198 + \underbrace{[-(1 - \sqrt{2})^4]}_{=0} \Rightarrow [(1 + \sqrt{2})^4] = 198 - 1$

در نتیجه جزء صیح عدد $(1 + \sqrt{2})^4$ ۱۹۸ است

10