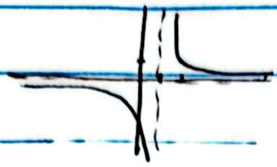
۱۷

پریا امینی

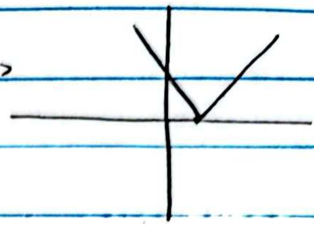
-۱

$\frac{1}{x-1} = |x-1| \rightarrow$ رسم نمودار

$\frac{1}{x-1} \rightarrow$



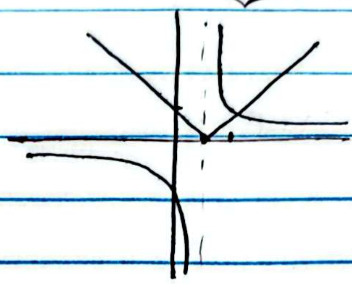
$|x-1| \rightarrow$



۲

در یک نقطه یکدیگر را قطع می‌کنند ← یک ریشه

ریشه = ۲



-۲

الف) $\left|\frac{2x-1}{x}\right|<2 \rightarrow -2<\frac{2x-1}{x}<2$

$-2<\frac{2x-1}{x} \rightarrow -2x<2x-1 \rightarrow 4x>1 \rightarrow x>\frac{1}{4}$

$\rightarrow x\neq 0$

$\frac{2x-1}{x}<2 \rightarrow 2x-1<2x \rightarrow -1<0$ همواره برقرار

اشتراک $\rightarrow x=(\frac{1}{4},+\infty)$

۱,۵

ب) $\left|\frac{x-2}{2x+1}\right|>1$

1) $\frac{x-2}{2x+1}>1 \rightarrow x-2>2x+1 \rightarrow x<-3$

$\rightarrow x\neq -\frac{1}{2}$

2) $\frac{x-2}{2x+1}<-1 \rightarrow x-2<-2x-1 \rightarrow 3x<1 \rightarrow x<\frac{1}{3}$

$\rightarrow x\neq -\frac{1}{2}$

$x=(-\infty,\frac{1}{3})-\{-\frac{1}{2}\}$

۲-ب) $|x-2|^2>|2x+1|^2 \rightarrow 3x^2+8x-3<0 \rightarrow -3<x<\frac{1}{3}, x\neq -\frac{1}{2}$

-۳

$x^2 < |x+6|$

$\rightarrow x \geq -6 \rightarrow x^2 < x+6 \rightarrow x^2 - x - 6 < 0$ $\quad \begin{array}{c} -2 \quad 3 \\ + \; - \; + \end{array}$ $\rightarrow -2 < x < 3$

$\rightarrow x < -6 \rightarrow x^2 < -x-6 \rightarrow x^2 + x + 6 < 0 \rightarrow \Delta < 0$ همواره مثبت

ناممکن

$-2 < x < 3 \xrightarrow{-\frac{1}{2}} -2.5 < x - \frac{1}{2} < 2.5$

$|x-\alpha| < \beta \rightarrow -\beta < x - \alpha < \beta \rightarrow \beta = 2.5$ و $\boxed{\alpha = \frac{1}{2}}$

-۴

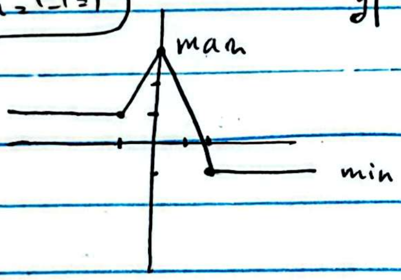
$y = |x+1| - |2x| + |x-2|$ $\quad (-1, \; 0, \; 2)$

$max = 3$

$min = -1$

$\boxed{max + min = 3 - 1 = 2}$

$x < -1$	$-1 < x < 0$	$0 < x < 2$	$x > 2$
$-x-1+2x-x+2 = 1$	$x+1+2x-x+2 = 2x+3$	$x+1-2x-x+2 = -2x+3$	$x+1-2x+x-2 = -1$
x | x ; y | 1	y | $-1 \;\; 0$; x | $1 \;\; 3$	y | $0 \;\; 2$; x | $3 \;\; -1$	x | x ; y | -1



-۵

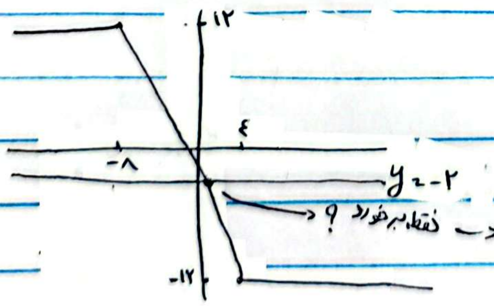
$y = |\frac{1}{2}x| - 2 \xrightarrow{\text{انتقال}} y' = |\frac{1}{2}x + 4| - 1$

$|\frac{1}{2}x| - 2 = |\frac{1}{2}x + 4| - 1 \xrightarrow{\times 2} |x - 4| = |x+8| - 2 \rightarrow$

$|x - 4| - |x+8| = -2$ $\quad (4, \; -8)$

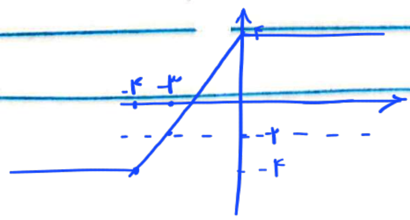
$x < -8$	$-8 < x < 4$	$x > 4$
$-x+4+x+8 = 12$	$-x+4-x-8 = -2x-4$	$x-4-x-8 = -12$

x	-8	4
y	12	-12



نقطه برخورد؟ $\rightarrow -2x - 4 = -2 \rightarrow -2x = 2 \rightarrow \boxed{x = -1}$

$y = -2$

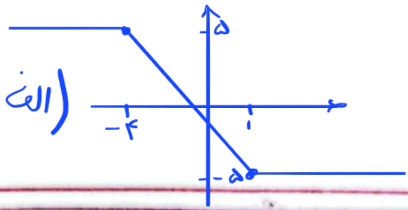


$y' = |\frac{1}{2}x + 2| - 1 = y$

$|x+4| - |x| = -2$

$x = -3$

الف)



ثریا احسنی

$R_f = \{-5, -4, \dots, 4, 5\}$ ۱

-۶

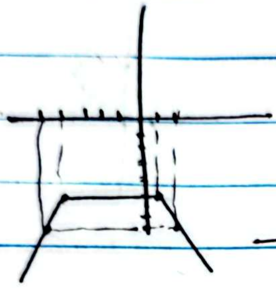
الف) رسم $\to |1-x| - |x+4|$ (1, -4)

	-4		1	
$-1+x+x+4 = 2x+3$		$-1+x-x-4 = -5$		$1-x-x-4 = -2x-3$

$[|1-x| - |x+4|]$

x	-5	-4
y	-7	-5

x	1	2
y	-5	-7



$R_f = \{x \mid x \in \mathbb{Z} , x \in (-\infty, -5]\}$

$\longrightarrow$ باید نمودار را روی اعداد صحیح تصویر کنیم تا برد مشخص شود

ب) $\frac{1}{x} - [\cancel{\frac{x}{x}}^{1} + \frac{1}{x}] \to \underbrace{\frac{1}{x} - [\frac{1}{x}]}_{0 \le \frac{1}{x} - [\frac{1}{x}] < 1} + 1$

$1 \le \frac{1}{x} - [\frac{1}{x}] + 1 < 2$ $\qquad R = [1, 2)$

ب) $f(x) = \underbrace{\frac{1}{x} - [\frac{1}{x}]}_{0 \le \quad < 1} - 1 \to R_f = [-1, 0)$

-۷

الف) $y = [-2x] - 1$ $\qquad x \in (-1, 1) \to 2x \in (-2, 2) \to -2x \in (-2, 2)$

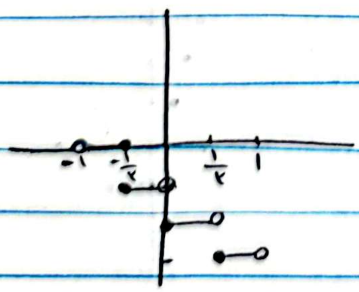
$-2 < -2x < -1 \to y = -2 - 1 = -3 \to \frac{1}{2} < x < 1$

$-1 \le -2x < 0 \to y = -2 \to 0 \le x < \frac{1}{2}$

$0 \le -2x < 1 \to y = -1 \to -\frac{1}{2} \le x < 0$

$1 \le -2x < 2 \to y = 0 \to -1 < x < -\frac{1}{2}$

۲



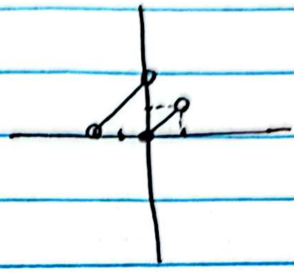
پریا امینی

-۷

ب) $x - 2\left[\frac{x}{2}\right]$ $x \in (-2,2) \to \frac{x}{2} \in (-1,1)$

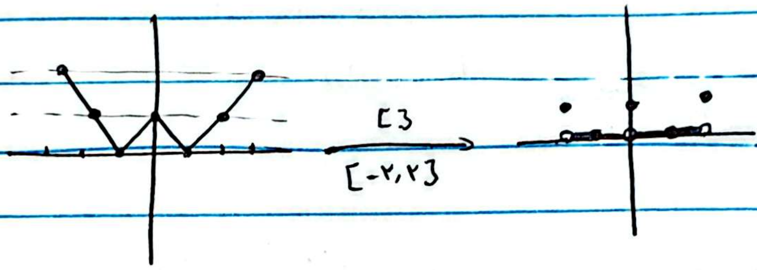
$-1 < \frac{x}{2} < 0 \to y = x+2 \to -2 < x < 0$ $\begin{array}{c|cc} x & -2 & 0 \\ \hline y & 0 & 2 \end{array}$

$0 \le \frac{x}{2} < 1 \to y = x \to 0 \le x < 2$ $\begin{array}{c|cc} x & 0 & 1 \\ \hline y & 0 & 1 \end{array}$



-۸

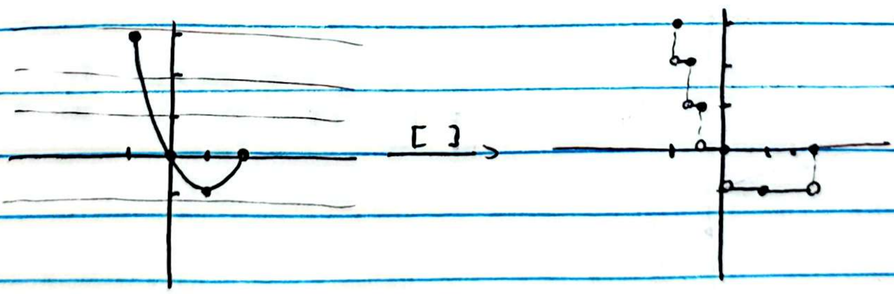
الف) $y = [\,||x|-1|\,]$ $x \in [-2,2]$



ب) $y = [\underbrace{x^2-2x}]$ $x \in [-1,2]$

$S \left| \begin{array}{l} x_S = \frac{-b}{2a} = \frac{2}{2} = 1 \\ y_S = 1^2 - 2(1) = -1 \end{array} \right.$

ریشه $\to x^2 - 2x = 0 \to x(x-2) = 0 \begin{cases} \to x = 0 \\ \to x = 2 \end{cases}$



۹-

① a+[b]=۴٫۲   b → ۳ , ۴

b−[a]=۲٫۴   a → ۱ , ۲

a+b=۱٫۲+۳٫۴=۴٫۶

اعشار b = ۰٫۴ و اعشار a = ۰٫۲

① طبق → [b]=۰ → a=۴٫۲ $\xrightarrow{b=۰٫۴}$ در ② صدق نمی‌کند

① 〃 → [b]=۱ → a=۳٫۲ $\xrightarrow{b=۱٫۴}$ در ② صدق نمی‌کند

① 〃 → [b]=۲ → a=۲٫۲ $\xrightarrow{b=۲٫۴}$ 〃 در ②

① 〃 → [b]=۳ → a=۱٫۲ $\xrightarrow{b=۳٫۴}$ در ② صدق می‌کند ✓

① 〃 → [b]=۴ → a=۰٫۲ $\xrightarrow{b=۴٫۴}$ در ② صدق نمی‌کند

۱۰-

(۱+√۲)^۶ + (۱−√۲)^۶ = ۱۹۸ → (۱+√۲)^۶ ≃ ۱۹۷٫۹۹۵۹۰۴

→ ۰٫۰۰۴۰۹۶

−۱ < ۱−√۲ < ۰ → هرچه به توان بزرگ‌تر (زوج) برسد کوچک‌تر می‌شود

→ تقریبا −۰٫۴

[۱۹۷٫۹۹...] = ۱۹۷