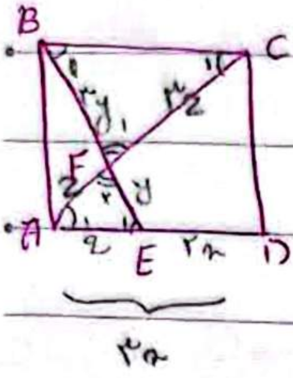
مبینا رجبی، تاریخ ۲۱، یازدهم ریاضی A

۱)



تقابل به رأس : $\hat{F}_۱ = \hat{F}_۲$

تقاطع خطوط موازی $\begin{cases} \hat{B}_۱ = \hat{E}_۱ \\ \hat{C}_۱ = \hat{A}_۱ \end{cases}$

$\overset{\triangle}{BFC} \sim \overset{\triangle}{AFE} \rightarrow \frac{BC}{AE} = \frac{CF}{AF} = \frac{BF}{EF} = ۳$

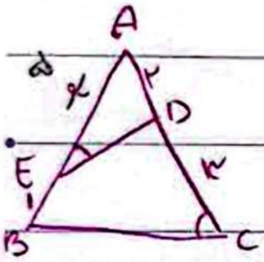
$\Rightarrow CF = ۳\underset{z}{\underline{AF}} , BF = ۳\underset{y}{\underline{EF}}$

فیثاغورس: $AC^۲ = ۹x^۲ + ۹x^۲ = ۱۸x^۲ = ۴z \Rightarrow \boxed{z = \frac{۳\sqrt{۲}}{۴}x}$

$BE^۲ = ۹x^۲ + x^۲ = ۱۰x^۲ = ۴y \Rightarrow \boxed{y = \frac{\sqrt{۱۰}}{۴}x}$

* $\frac{EF}{AF} = \frac{y}{z} = \frac{\sqrt{۱۰}/۴\, x}{۳\sqrt{۲}/۴\, x} = \sqrt{\frac{۱۰}{۱۸}}$

۲)



$\hat{AED} = \hat{ACB}$

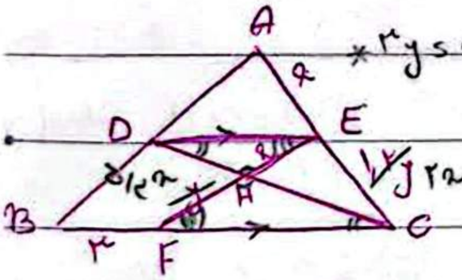
مشترک $\hat{A} = \hat{A}$

$\overset{\triangle}{AED} \sim \overset{\triangle}{ACB} \rightarrow \frac{AE}{AC} = \cancel{\frac{ED}{BC}} = \frac{AD}{AB}$

$\Rightarrow \frac{x}{۱۵} = \frac{۲}{x+۱} \rightarrow x^۲ + x - ۳۰ = ۰ \rightarrow \boxed{x = ۵}$ ✓

-۶ ✗

۳)



* $۳y = ۵x \rightarrow y = \frac{۵}{۳}x \rightarrow ۱{,}۲y = ۲x$

$DE \parallel BC \xrightarrow{\text{تالس}} \frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC} = \frac{DE}{BC} = \frac{x}{۳x} = \frac{DE}{۳+FC}$ *

* $H_۱ = H_۲$ تقابل به رأس

$\hat{E} = \hat{F}$ تقاطع خطوط موازی

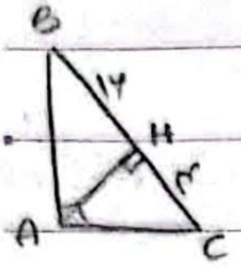
$\hat{D} = \hat{C}$

$\overset{\triangle}{DHE} \sim \overset{\triangle}{CHF} \rightarrow \frac{\overset{۵/۳}{\cancel{FH}}}{\cancel{EH}} = \frac{FC}{DE} \Rightarrow DE = \frac{۳}{۵}FC$

$\Rightarrow \frac{۱}{۳} = \frac{۳/۵\, FC}{۳+FC} \rightarrow \frac{۹}{۵}FC = ۳ + FC \rightarrow FC = \frac{۱۵}{۴}$

$\boxed{BC = ۳ + \frac{۱۵}{۴} = \frac{۲۷}{۴}}$

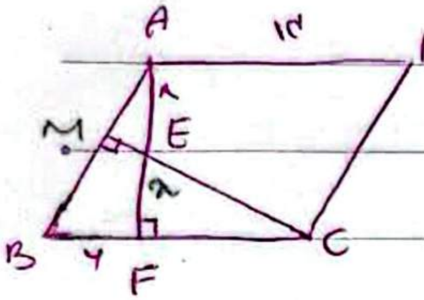
(۴



$AB = \sqrt{BH \times BC} = \sqrt{۱۶ \times ۲۰} = ۸\sqrt{۵}$

$AC = \sqrt{CH \times BC} = \sqrt{۴ \times ۲۰} = ۴\sqrt{۵}$ $\rightarrow \boxed{\frac{AB}{AC} = ۲}$

(۵



$\hat{B} = \hat{B}$ مشترک

$\hat{F} = \hat{M} = ۹۰°$ $\Big\}$ $\overset{\triangle}{AFB} \sim \overset{\triangle}{CMB} \rightarrow \frac{AB}{BC} = \frac{BF}{BM} = \frac{AF}{CM}$

$\rightarrow \frac{۶}{BM} = \frac{۸+x}{CM} \xrightarrow{\text{معکوس}} \boxed{\frac{BM}{۶} = \frac{CM}{x+۸}}$ ★

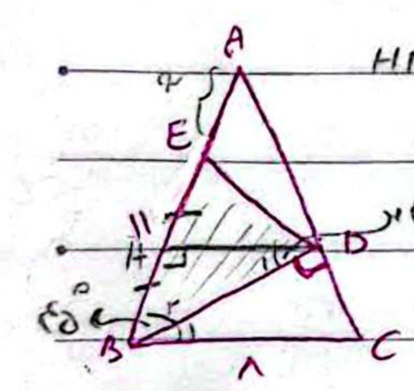
$\hat{C} = \hat{C}$ مشترک

$\hat{F} = \hat{M} = ۹۰°$ $\Big\}$ $\overset{\triangle}{EFC} \sim \overset{\triangle}{BMC} \rightarrow \frac{BC}{EC} = \frac{BM}{FE} = \frac{MC}{FC} \rightarrow \boxed{\frac{MC}{۸} = \frac{BM}{x}}$ *

$\frac{★}{*} = \frac{۶}{x} = \frac{x+۸}{۸} \rightarrow x^۲ + ۸x - ۴۸ = 0$ → ۴ ✓ → $\boxed{AF = ۸ + ۴ = ۱۲}$

↳ -۱۲ ✗

(۶



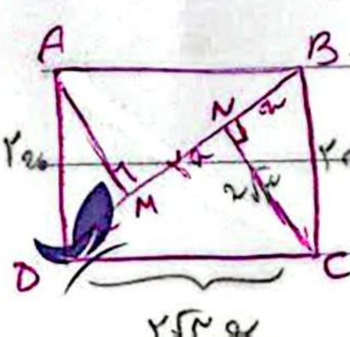
$HD \parallel BC \xrightarrow{\text{قضیه خطوط موازی}} \hat{D}_۱ = \hat{B}_۱$ $\xrightarrow{①} BH = DH$

نیمساز $BD: \hat{B}_۲ = \hat{B}_۱$ $\xrightarrow{②} \hat{B}_۲ = \hat{D}_۱ = \frac{۱۸۰ - ۹۰}{۲} = ۴۵°$ $\rightarrow \hat{H}$

$\overset{\triangle}{DEB}$ قائم: $EH \times \cancel{BH} = DH^۲ = BH^{\cancel{۲}} \rightarrow EH = BH = \frac{۱۱}{۲}$

$HD \parallel BC \xrightarrow{\text{تالس}} \frac{AH}{AB} = \frac{HD}{BC} \rightarrow \frac{x + ۱۱/۲}{x + ۱۱} = \frac{۱۱/۲}{۸} \Rightarrow \boxed{x = \frac{۳۳}{۵} = ۶,۶}$

(۷

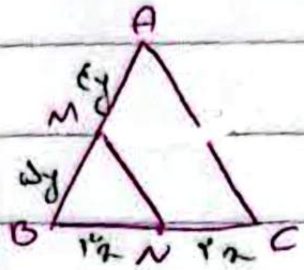


$BC = \sqrt{BN \times BD} = ۲x$, $DC = \sqrt{۹x^۲ + ۳x^۲} = ۲x\sqrt{۳}$

فیثاغورس: $۴x^۲ = x^۲ + CN^۲ \Rightarrow CN = AM = x\sqrt{۳}$

$\frac{S_{ABCD}}{S_{BNC}} = \frac{۲x \times ۲\sqrt{۳}\, x}{۱/۲ \times x \times x\sqrt{۳}} = \frac{۴}{۱/۲} = \boxed{۸}$

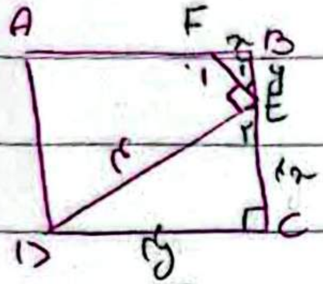
۱۸)



$$\frac{S_{\overset{\triangle}{ABC}}}{S_{\overset{\triangle}{BMN}}} = \frac{\overset{۵x}{BC} \times BA \times \cancel{\sin\hat{B}}}{\underset{۳x}{BN} \times BM \times \cancel{\sin\hat{B}}} = ۳ \rightarrow \frac{BA}{BM} = \frac{۹}{۵}$$

$$\frac{BM}{AM} = \frac{۵y}{۴y} = \boxed{\frac{۵}{۴}}$$

۱۹)



$E_1 + E_2 + ۹۰^\circ = ۱۸۰ \rightarrow E_1 + E_2 = ۹۰$

$\overset{\triangle}{FEB}: \hat{F} + \cancel{\hat{B}}^{۹۰} + E_1 = ۱۸۰ \rightarrow \hat{F} = ۹۰ - \hat{E}_1 = \hat{E}_2$ * ①

$\overset{\triangle}{DEC}: \hat{D} + \cancel{\hat{C}}^{۹۰} + E_2 = ۱۸۰ \rightarrow \hat{D} = ۹۰ - E_2 = \hat{E}_1$ ②

① ② $\hat{B} = \hat{C} = ۹۰$ } $\overset{\triangle}{BFE} \sim \overset{\triangle}{CDE} \rightarrow \frac{\overset{۱/۴}{\cancel{EF}}}{\cancel{DE}} = \frac{BF}{CE} = \frac{BE}{CD}$ $\rightarrow ۴BF = CE$ $\rightarrow ۴BE = CD$

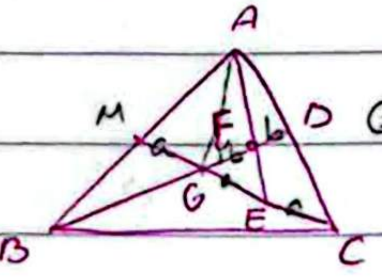
ABCD مربع: $BC = DC \rightarrow y + ۴x = ۴y \rightarrow ۴x = ۳y$

* $\overset{\triangle}{DCE}: DE^۲ = CE^۲ + CD^۲ \rightarrow ۱۶ = ۹y^۲ + ۱۶y^۲ \rightarrow ۲۵y^۲ = ۱۶ \rightarrow y = \frac{۴}{۵}$

$\Rightarrow DC = ۴y = \frac{۱۶}{۵}$

S مربع: $\left(\frac{۱۶}{۵}\right)^۲ = \frac{۲۵۶}{۲۵} = \boxed{۱۰٫۲۴}$

۱۰) مرکز ثقل: محل برخورد میانه‌ها



میانه‌ها به نسبت ۱ به ۲ یکدیگر را تقطیع می‌کنند ← $GE = EC = GM = a$

①: GD میانهٔ AC در مثلث $\overset{\triangle}{AGC}$ ⇐ $۲FD = GF = ۲b$

②: BD میانهٔ AC در مثلث $\overset{\triangle}{ABC}$ ⇐ $BG = ۲GD = ۶b$

$$\frac{BD}{FD} = \frac{۶b}{b} = \boxed{۶}$$