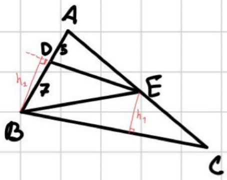
سارا سامانی - یازدهم ریاضی A

۲۰

(1



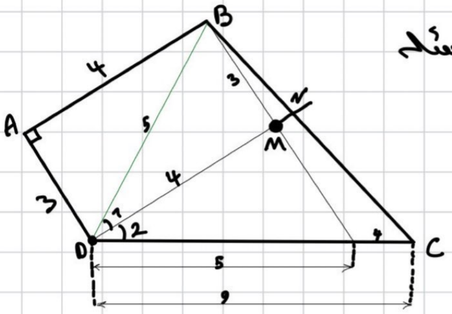
$h_1 \perp BC$, $h_2 \perp ED$, $DE \parallel BC$ $\Longrightarrow h_1 \parallel h_2$, $h_1 = h_2$

$S_{\triangle EDB} = h_2 \times \overline{DE} \times \frac{1}{2}$, $S_{\triangle EBC} = h_1 \times \overline{BC} \times \frac{1}{2}$ $\Longrightarrow \frac{S_{BCE}}{S_{EDB}} = \frac{\cancel{h_1} \times \overline{BC} \times \cancel{\frac{1}{2}}}{\cancel{h_2} \times \overline{DE} \times \cancel{\frac{1}{2}}} = \frac{\overline{BC}}{\overline{DE}}$ $\Longrightarrow \frac{S_{\triangle BCE}}{S_{\triangle EDB}} = \frac{12}{5}$

طبق قضیهٔ تالس $\to \triangle ADE \sim \triangle ABC \Longrightarrow \frac{\overline{AB}}{\overline{AD}} = \frac{\overline{BC}}{\overline{DE}} \Longrightarrow \begin{cases} \overline{AB} = 5+7 \\ \overline{AD} = 5 \end{cases} \Longrightarrow \frac{\overline{BC}}{\overline{DE}} = \frac{\overline{AB}}{\overline{AD}} = \frac{12}{5}$

۵

(2



DM نیم ساز زاویهٔ $B\hat{D}E$ ← در مثلث ... $\hat{D}_1 = \hat{D}_2$ ← طبق صورت مسئله

$B\hat{D}E$ ، DM هم نیمساز، هم ارتفاع ← $B\hat{D}E$ متساوی الساقین است.

$BD^2 = AB^2 + AD^2 = 4^2 + 3^2 = 25 \longrightarrow BD = 5$

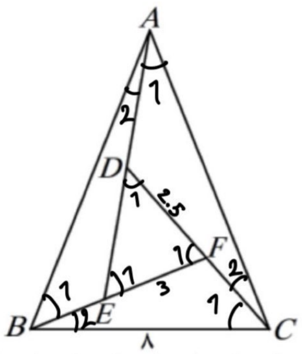
$BDE \to BD = DE = 5$ $\quad EC = DC - DE = 9 - 5 = 4$

N وسط ضلع BC و در مثلث متساوی الساقین BDE ارتفاع DM میانه هم هست ← $BM = ME = 3$

$\frac{BM}{ME} = \frac{BN}{NC} \longrightarrow MN \parallel EC \Longrightarrow \frac{MN}{4} = \frac{3}{6} \Longrightarrow \boxed{MN = 2}$

۵

(3



$\hat{A}_1 = \hat{B}_1 = \hat{C}_1 = t°$

AE بخشی از AC است که از دوران $t°$ ای تشکیل شده.

BF ″ ″ BA ″ ″ ″ $t°$ ″ ″ ″

CD ″ ″ CB ″ ″ ″ $t°$ ″ ″ ″

$\angle EFD = \angle ABC$

$\angle FDE = \angle BCA$

(جمع زوایای داخلی مثلث) $\to \angle DEF = \angle BAC$

زاویه های خطوط FD، DE و EF از دوران t درجه ای در جهت ساعتگرد از خطوط AB، BC، CA تشکیل شده است.

← زوایای داخلی ای که این سه خط جدید تشکیل داده اند با زوایای داخلی ای که سه خط قبلی با هم تشکیل داده اند برابر است.

← روابط تساوی زاویه ها بر اساس پاره خط هایی که با هم متناظر اند نوشته شده است.

$\to \triangle ABC \sim \triangle DEF$

$\to \hat{F}_1 = \hat{B}$, $\hat{D}_1 = \hat{C}$, $\hat{E}_1 = \hat{A}$ $\xrightarrow{\text{تناسب اضلاع متناظر زوایا}}$ BC ← ضلع مقابل به زاویه $\hat{A}$ ، DF ← ضلع مقابل به زاویه $\hat{E}_1$ $\Longrightarrow \frac{BC}{DF} = \frac{8}{2.5}$

$\to$ AB متناظر زاویه $\hat{C}$ ، EF متناظر زاویه $\hat{D}_1$ $\Longrightarrow \frac{BC}{DF} = \frac{8}{2.5} = \frac{AB}{EF} = \frac{AB}{3} \to AB = 9.6$

۵

(4

$BM = AM = 3$ / $BM \parallel DC \Rightarrow BME \sim DEC \longrightarrow \frac{ME}{CE} = \frac{BM}{DC} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

$\to BCM: CM^2 = BC^2 + BM^2 = 6^2 + 3^2 = 45$

$\to CM = 3\sqrt{5} \to ME = \sqrt{5}$, $CE = 2\sqrt{5}$

$AMF \sim BCM \Rightarrow \frac{AM}{BC} = \frac{MF}{MC} = \frac{3}{6} = \frac{MF}{3\sqrt{5}} \longrightarrow MF = \frac{3}{2}\sqrt{5}$

۵

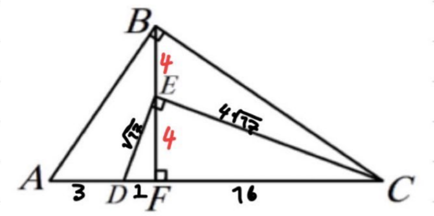
$S_{MFE} = \frac{1}{2} \times ME \times MF = \frac{1}{2} \times (\sqrt{5} \times \frac{3}{2}\sqrt{5}) = \boxed{\frac{15}{4} = 3.75}$

$ABE \rightsquigarrow AE^2 = AB^2 + BE^2 \rightsquigarrow 11^2 + x^2 \Longrightarrow AE = \sqrt{121+x^2}$ (5

$AEC \sim ACD \Longrightarrow \frac{AE}{ED} = \frac{EC}{AE} \rightsquigarrow AE^2 = ED + EC$

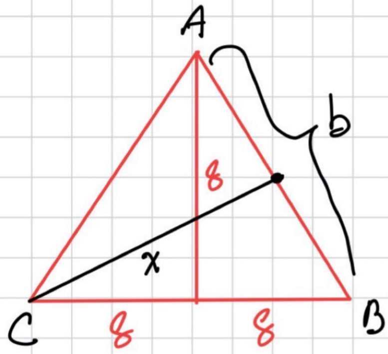
$\hookrightarrow 121 + x^2 = 10(10+x) \longrightarrow 121 + x^2 = 100 + 10x$

$\hookrightarrow x^2 - 10x + 21 = 0 \Longrightarrow x_1 = 3 \,/\, x_2 = 7$



$ED = \sqrt{1+16} = \sqrt{17}$
$EF^2 = DF \times FC \rightsquigarrow FC = 16$
$\Big\} \to 17 + EC^2 = 289$
$EC^2 = 272 \to EC = 4\sqrt{17}$ (6

$BF^2 = 4 \times 16 \rightsquigarrow BF = 8 \;/\; BC^2 = 8^2 + 16^2 = 320 \rightsquigarrow BC = 8\sqrt{5}$

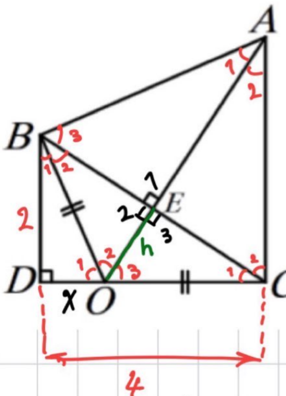


$b^2 + b^2 = 16^2 \longrightarrow 2b^2 = 256 \longrightarrow b^2 = 128$ (7

$b = 8\sqrt{2} \rightsquigarrow$ میانه وارد بر آن نصف وتر است پس باسان های b

قائم الزاویه است.

$\sqrt{(8\sqrt{2})^2 + (4\sqrt{2})^2} = \sqrt{128+32} = \sqrt{160} = 4\sqrt{10}$



$\sqrt{x^2+2^2} = BO$
$4 - x = CO$
$BO = CO$
$\Big\} \Longrightarrow x^2 + 4 = 16 + x^2 - 8x \Longrightarrow 8x = 12$ (8

$\rightsquigarrow x = \frac{12}{8} = \frac{3}{2}$

$BC = \sqrt{2^2+4^2} = \sqrt{20} \Longrightarrow BE = \frac{\sqrt{20}}{2} = \sqrt{5}$

$\hookrightarrow S_{\triangle BDC} = 2 \times 4 \times \frac{1}{2} = 4 \;,\; S_{\triangle BDO} = 2 \times \frac{3}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$

$S_{\triangle BOC} = 4 - \frac{3}{2} = \frac{5}{2} \rightsquigarrow \frac{5}{2} = \sqrt{20} \times h \times \frac{1}{2} \Longrightarrow h = \frac{5}{\sqrt{20}}$

$\triangle OBC$ در مثلث متساوی الساقین $\longrightarrow \hat{B}_2 = \hat{C}_1$

$\triangle BEO$ در مثلث قائم الزاویه $\longrightarrow \hat{B}_2 + \hat{O}_2 = 90^\circ$

$\Big\} \Longrightarrow \hat{A}_1 = \hat{C}_1 \,,\; 90^\circ = \hat{D} = \hat{E}_1 \Big\} \Longrightarrow \triangle BDC \sim \triangle BEA$

$OC = OB \rightsquigarrow$

OE در مثلث متساوی الساقین $\triangle OBC$ عمود بر ضلع مقابل است و به عبارتی نیمساز $\Big\} \Longrightarrow \hat{O}_2 = \hat{O}_3 \to$

$\Big\} \Longrightarrow \triangle OBA \cong \triangle OCA$

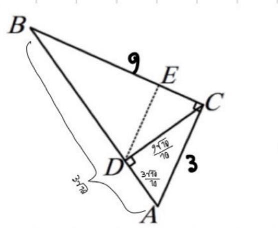
طبق این همنهشتی $\Longrightarrow \hat{A}_2 = \hat{A}_1$

(مشترک برای دو مثلث) $OA = OA \rightsquigarrow$

$\hat{C}_1 + \hat{O}_3 = 90^\circ \,,\; \hat{O}_3 + \hat{A}_2 = 90^\circ \Longrightarrow \hat{A}_2 = \hat{C}_1 \hookrightarrow \hat{A}_1 = C_1$

$k = \frac{BD}{BE} = \frac{2}{\sqrt{5}} \rightsquigarrow k^2 = \frac{S_{\triangle BDC}}{S_{\triangle BEA}} = \frac{4}{5}$

$S_{\triangle BDC} = 2 \times 4 \times \frac{1}{2} = 4 \Longrightarrow \boxed{S_{\triangle BEA} = 4 \times \frac{5}{4} = 5}$

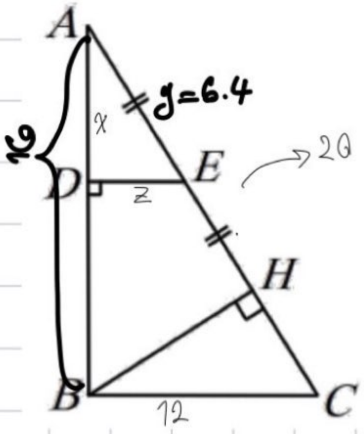


$\sqrt{3^2+9^2} = 3\sqrt{10} \qquad \triangle DAC \sim A\hat{B}C \longrightarrow \frac{AC}{AB} = \frac{DA}{AC} = \frac{DC}{BC} \longrightarrow \frac{3}{3\sqrt{10}}$ (9

$\hookrightarrow \frac{DA}{3} = \frac{DC}{9}$, $DA = \frac{3\sqrt{10}}{10}$, $DC = \frac{9\sqrt{10}}{10}$

$\triangle BDE \sim \triangle ABC \Longrightarrow \frac{ED}{AC} = \frac{EB}{BQ} = \frac{BD}{BA} \Longrightarrow \frac{ED}{3} = \frac{EB}{9} = \frac{3\sqrt{10} - DA}{3\sqrt{10}}$

$\hookrightarrow EB \times 3\sqrt{10} = 9\left(3\sqrt{10} - 3\frac{\sqrt{10}}{10}\right) = 27\frac{\sqrt{10}}{10} \times 9 \Longrightarrow EB \times \cancel{3}\cancel{\sqrt{10}} = \cancel{9}^{3} \times 27\frac{\sqrt{10}}{10} \Longrightarrow EB = 8.1$



$\triangle ABC \sim \triangle ADE \Longrightarrow \dfrac{AD}{AB} = \dfrac{AB}{AC} = \dfrac{DE}{BC} \Longrightarrow \dfrac{x}{16-x} = \dfrac{y}{20} = \dfrac{z}{12}$

(10)

$\triangle ABC \sim \triangle BHC \Longrightarrow \dfrac{BH}{AB} = \dfrac{HC}{BC} = \dfrac{BC}{AC} \Longrightarrow \dfrac{BH}{16} = \dfrac{20-2y}{12} = \dfrac{12}{20}$

$\Longrightarrow \overset{10}{\cancel{20}} \times \overset{10-y}{\cancel{(20-2y)}} = \overset{6\times6}{\cancel{12\times12}} \Longrightarrow 100 - 10y = 36 \Longrightarrow y = 6.4$

$\Longrightarrow \dfrac{6.4}{20} = \dfrac{z}{12} \Longrightarrow \boxed{z = 3.84}$