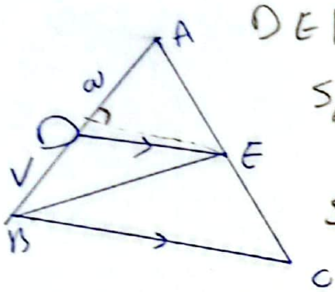
یکتا بنفشه
مقطع: یازدهم دختر

(۲۰)

(۱)



$DE \parallel BC \rightarrow ADE \sim ABC \Rightarrow \frac{S_{ADE}}{S_{ABC}} = \left(\frac{AD}{AB}\right)^۲ \Rightarrow \frac{S_{ADE}}{S_{ABC}} = \frac{۲۵}{۱۴۴}$

$S_{ABC} = \frac{۱۴۴}{۲۵} S_{ADE}$

if $S_{ADE} = t$

$S_{ABC} = \frac{۱۴۴}{۲۵} t$

$\frac{S_{ADE}}{S_{BDE}} = \frac{۰/۵ \times ۵ \times EH}{۰/۵ \times ۷ \times EH} = \frac{۵}{۷} \rightarrow \frac{t}{S_{BDE}} = \frac{۵}{۷}$

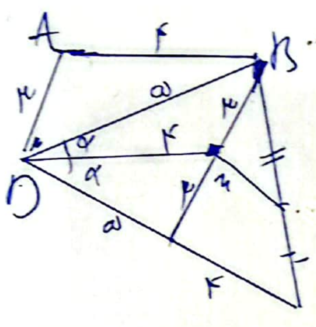
$S_{BDE} = \frac{۷t}{۵}$

$S_{BEC} = S_{ABC} - S_{ADE} - S_{BDE} = \frac{۱۴۴}{۲۵} t - \frac{۷}{۵} t - t = \frac{۸۴}{۲۵} t$

$S_{BCE} = \frac{۸۴}{۲۵} t$

$\frac{S_{BCE}}{S_{BDE}} = \frac{\frac{۸۴}{۲۵} t}{\frac{۷}{۵} t} = ۲/۴$

(۲)

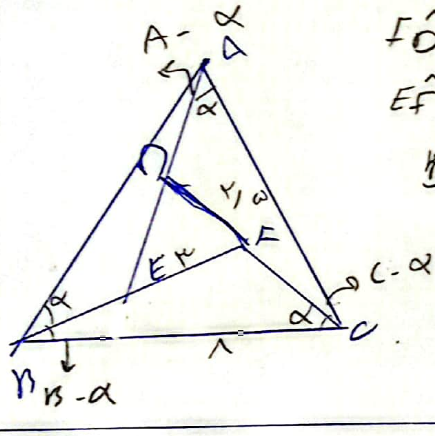


به دلیل اینکه DM و AB موازی هستند و BM و AD موازی اند پس $ABMD$ متوازی‌الاضلاع است و $AB = ۴$ و $AD = ۳$ پس نتیجه می‌گیریم $BM = ۳$ و $DM = ۴$ و طبق قضیه فیثاغورس $DB = ۵$ و طبق فرض $B\hat{D}C = ۲B\hat{D}M$ است پس $B\hat{D}M = D\hat{M}P = \alpha$ است یعنی DM هم نیمساز و هم ارتفاع است DBP است پس DBP در راس D متساوی‌الساقین است پس DM میانه است

$BM = MP = ۳$

$ME = \frac{۱}{۲} PC \Rightarrow ME = \frac{۱}{۲} \times ۴ = ۲$

(۳)



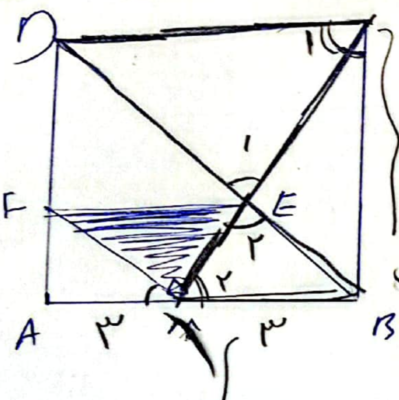
$F\hat{D}E \sim ADC$ زاویه خارجی $\rightarrow F\hat{D}E = \hat{C} - \alpha + \alpha = \hat{C}$

$E\hat{F}D \rightarrow E\hat{F}C$ زاویه خارجی $\Rightarrow E\hat{F}D \Rightarrow \hat{B} - \alpha + \alpha = \hat{B}$

$D\hat{E}F \rightarrow AB\hat{E}$ زاویه خارجی $\Rightarrow D\hat{E}F = \hat{A} - \alpha + \alpha = \hat{A}$

$A\hat{B}C \simeq DEF \Rightarrow \frac{۳}{AB} = \frac{\frac{۵}{۲}}{\frac{۸}{۱}} \Rightarrow AB = \frac{۴۸}{۵}$

(۴)



$\left.\begin{array}{l} B\hat{C}E = A\hat{M}F \\ \hat{B} = \hat{A} = ۹۰^\circ \end{array}\right\} \Rightarrow MBC \sim AMF$

نسبت تشابه $\Rightarrow \frac{AM}{BC} = \frac{AF}{MB} = \frac{۱}{۲} \Rightarrow AF = \frac{۳}{۲}$

فیثاغورث $\Rightarrow \frac{۹}{۴} + ۹ = FM^۲ \Rightarrow FM = \frac{۳\sqrt{۵}}{۲}$

$\Rightarrow S = \frac{\frac{۳\sqrt{۵}}{۲} \times \frac{\sqrt{۵}}{۲}}{۲} = \frac{۱۵}{۸}$

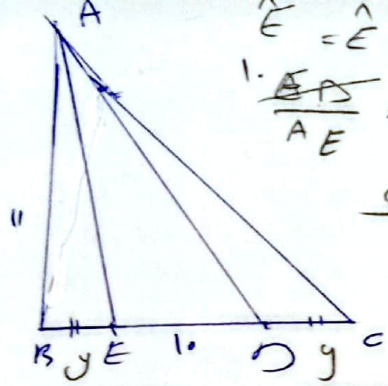
$EM = \sqrt{۵}$

$9 + ۳۶ = MC^۲$
$\Rightarrow MC = ۳\sqrt{۵}$

$\left.\begin{array}{l} \hat{E}_۱ = \hat{E}_۲ \\ \hat{C}_۱ = \hat{M}_۲ \end{array}\right\} \Rightarrow MEB \sim EDC \Rightarrow \frac{MB}{CD} = \frac{EM}{CE} = \frac{۱}{۲}$

$\Rightarrow ۲EM = CE \Rightarrow ۳EM = ۳\sqrt{۵}$

(۵)

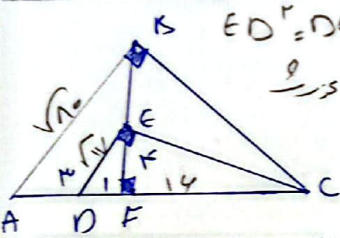


$\hat{E} = \hat{E}$, $A\hat{C}D = \hat{B}AE \Rightarrow AED \sim AEC$

$\frac{10}{AE} = \frac{AE}{y+10} \Rightarrow 100 + 10y = AE^2$

فیثاغورس : $AE^2 = 121 + y^2 \Rightarrow 100 + 10y = 121 + y^2$ → $y = 3$, $y = 7$

(۶)



$ED^2 = DE \cdot DC \Rightarrow FC = 14$

$ABC \sim BAF \Rightarrow \frac{FA}{BA} = \frac{AB}{AC} = \frac{FB}{BC}$

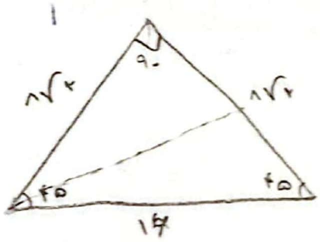
$\frac{4}{BA} = \frac{BA}{20} \Rightarrow BA = \sqrt{80}$

فیثاغورس : $AB^2 + BC^2 = AC^2$

$80 + BC^2 = 400$

$BC = \sqrt{320}$

(۷)

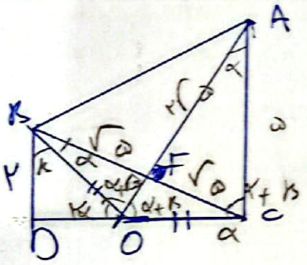


m_a : میانه وارد بر وتر

$m_b^2 + m_c^2 = 5m_a^2$, $m_b = m_c$

$2m_b^2 = 5 \times 8^2 \Rightarrow m_b = \sqrt{160} \Rightarrow 4\sqrt{10}$

(۸)

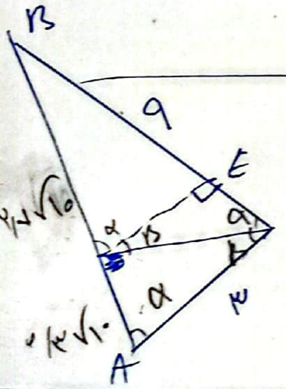


BO = متوازی‌الاضلاع

$BC = \sqrt{2^2 + 4^2} = 2\sqrt{5} = 2BE = 2EC \Rightarrow EC = BE = \sqrt{5}$

$\frac{2}{\sqrt{5}} = \frac{4}{AE} \Rightarrow AE = 2\sqrt{5} \Rightarrow S_{ABE} = \frac{AE \cdot EC}{2} = 5$

(۹)



ABC : 3 , 9 , $3\sqrt{10}$

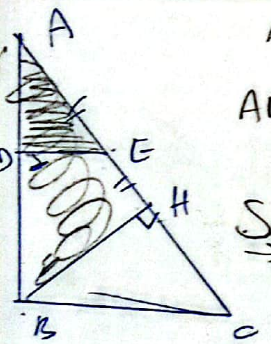
BCD : CD , BD , 9

CBDE : DE , BE , BD

$\Rightarrow BD = \frac{81}{3\sqrt{10}} = \frac{27}{10}\sqrt{10}$, BD $\Rightarrow \frac{2.7 \times \sqrt{10} \times 9}{3\sqrt{10}}$

$\Rightarrow BD = 8.1$

(۱۰)



$AC = 20$

$ADE \sim ABH \Rightarrow \frac{DE}{BH} = \frac{AE}{16}$

$S : \frac{16 \times 12}{2} = \frac{BH \times 20}{2} \Rightarrow BH = 9.6$

$16^2 = AH \times 20 \Rightarrow \frac{AH}{2} = AE = 6.4$

$DE = \frac{9.6 \times 6.4}{16} = 3.84$