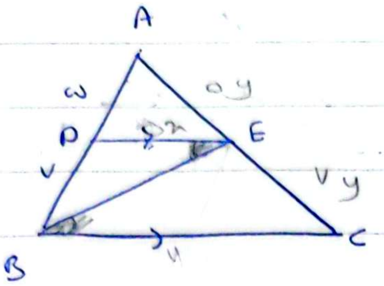
۱۷,۷۵

ستایش ضیف زاده یازدهم دفتر A، تکلیف شماره ۲۲

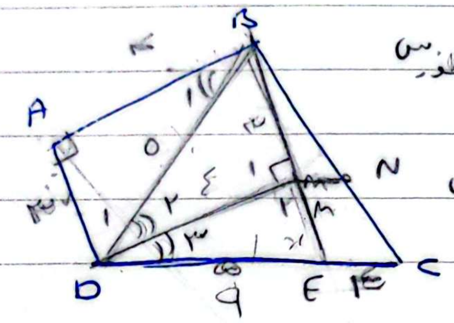


۱)

$$\frac{S_{\overset{\triangle}{BCE}}}{S_{\overset{\triangle}{BDE}}} = \frac{\frac{1}{2}\sin\hat{B}\times BE\times BC}{\frac{1}{2}\sin\hat{E}\times BE\times DE} = \frac{BC}{\frac{5}{12}BC} = \frac{12}{5} = \boxed{2/4}$$

$DE \parallel BC$, BE مورب $\to \hat{E} = \hat{B}$

$\overset{\triangle}{ADE} \sim \overset{\triangle}{ABC} \xrightarrow{DE\parallel BC} \frac{DE}{BC} = \frac{5}{12} \to DE = \frac{5}{12}BC$



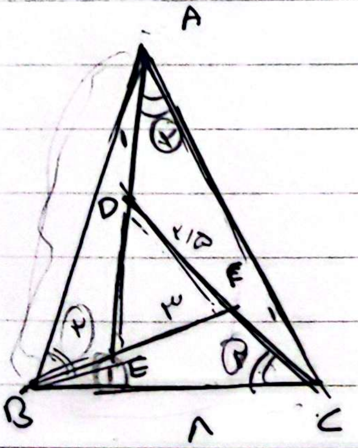
۲) $BD = 5$ ارتفاع منصف

$BD = BD$; ضلع مشترک $\hat{B}_1 = \hat{D}_2$; $B_2 = D_1$ $\Big| \to \overset{\triangle}{ABD} \cong \overset{\triangle}{BDM} \to MB = 3$, $DM = 4$ $\to M_1 = M_2 = 90°$

$\hat{D}_2 = \hat{D}_3$; $M_1 + M_2 = 180$, $M_2 = 90 \to M_1 = M_2 = 90°$; $DM = DM$ $\Big| \to \overset{\triangle}{DBM} \cong \overset{\triangle}{DEM} \to ME = 3$, $DE = 5$

$DE + EC = 9 \to EC = 4$

$BN = NC$; $BM = ME$; $B = B$ $\Big| \to \overset{\triangle}{BNM} \sim \overset{\triangle}{BCE} \to \frac{MN}{EC} = \frac{1}{2} \to MN = \frac{4}{2} = \boxed{2}$



۳) $B_2 = A_2 = C_2 = \alpha$ ★

$\hat{E} = A_1 + B_2$

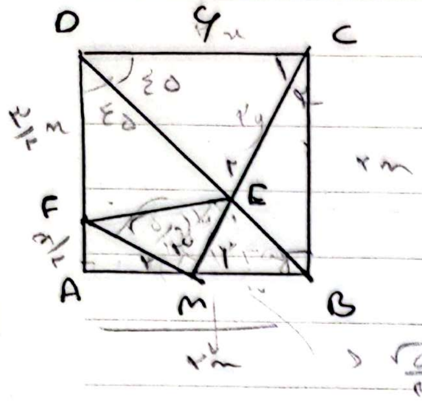
$D = C_1 + A_2$

$F = B_1 + C_2$

★ $\to \hat{E} = A_1 + A_2 = \hat{A}$; $D = C_1 + C_2 = C$; $F = B_1 + B_2 = B$ $\Big| \xrightarrow{\text{ز ز ز}} \overset{\triangle}{ABC} \sim \overset{\triangle}{EFD}$

$\to \frac{AB}{EF} = \frac{BC}{FD} \to AB = \frac{8\times 3}{2/5} = \frac{24}{2/5} = \boxed{9/6}$

(٤



$C_۲ = M_۱$, $B = A = ۹۰$ $\xrightarrow{ز-ز}$ $\overset{\triangle}{MAF} \sim \overset{\triangle}{CBM}$

$\rightarrow \frac{CM}{FM} = \frac{CB}{MA} \rightarrow FM = \frac{۳ \times \sqrt{٤٥}}{۶} = \boxed{\frac{\sqrt{٤٥}}{۲}}$

$\rightarrow AF = ۱/۵$

$MC = \sqrt{۹ + ۳۶} = \sqrt{٤٥}$

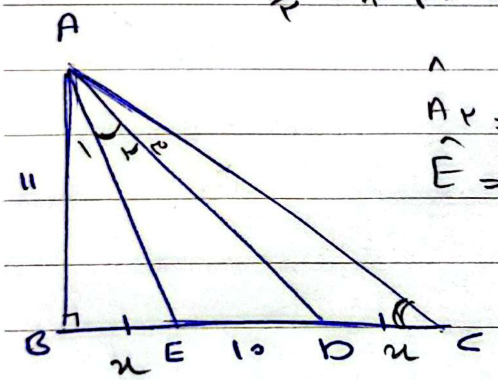
$\hat{E}_۱ = E_۲$, $e_۱ = m_۲$ $\xrightarrow{ز-ز}$ $\overset{\triangle}{EMB} \sim \overset{\triangle}{ECD} \rightarrow \frac{MB}{CD} = \frac{EM}{EC} = \frac{۳}{۶} = \frac{۱}{۲}$

$\rightarrow EM = \frac{EC}{۲}$

$EM + CE = \sqrt{٤٥} \rightarrow ۳EM = \sqrt{٤٥} \rightarrow EM = \sqrt{۵} \rightarrow$

$m_۱ + m_۲ = ۹۰° \rightarrow m_۳ = ۹۰° - \sin ۹۰° = ۱$

$S_{MFE} = \frac{۱}{۲} \sin \hat{m}_۳^{۹۰} \times MF \times ME = \frac{۱}{۲} \times ۱ \times \frac{\sqrt{٤٥}}{۲} \times \sqrt{۵} = \boxed{\frac{۱۵}{٤}}$



(ک)

$\hat{A}_۲ = \hat{C}$, $\hat{E} = \hat{E}$ $\xrightarrow{ز-ز}$ $\overset{\triangle}{AEC} = \overset{\triangle}{DEA} \rightarrow \frac{AE}{DE} = \frac{EC}{EA} = \frac{AC}{DA}$

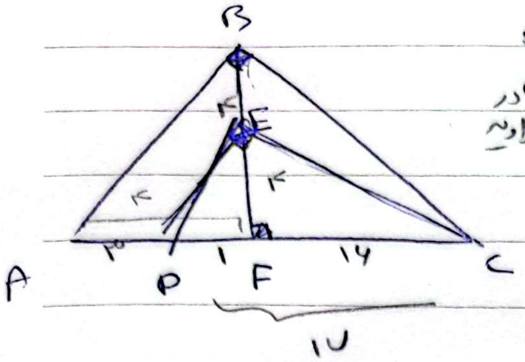
$۱۰(۱۰ + x) = EA^۲$

فیثاغورس $= EA^۲ = x^۲ + ۱۲۱$

$\rightarrow ۱۰۰ + ۱۰x = x^۲ + ۱۲۱ \rightarrow x^۲ - ۱۰x + ۲۱ = ۰$

$\rightarrow x = \boxed{۳ \text{ یا } ۷} \rightarrow EA = \sqrt{۱۷۰}$ و $\sqrt{۱۳۰}$

۶)



$BC = ?$

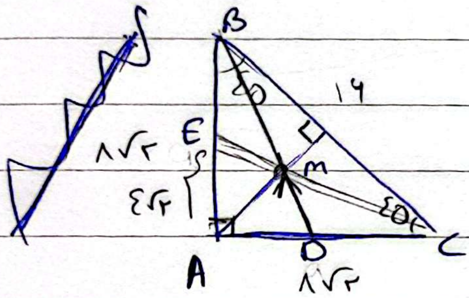
طبق روابط طولی در مثلث قائم الزاویه → $EF^2 = DF \times FC$ → $FC = \frac{16}{1} = 16$

$BF^2 = AF \times CF$ → $BF = \sqrt{16 \times 4} = 8$

→ $BE = 8 - 4 = 4$

$BC^2 = CF \times CA \Rightarrow BC = \sqrt{16 \times 20} = 8\sqrt{5}$

۷) چون میانه نصف قاعده است پس مثلث قائم الزاویه است و با توجه به فرض مثلث متساوی الساقین قائم الزاویه است.



$a\sqrt{2} = 16 \to a = 8\sqrt{2}$

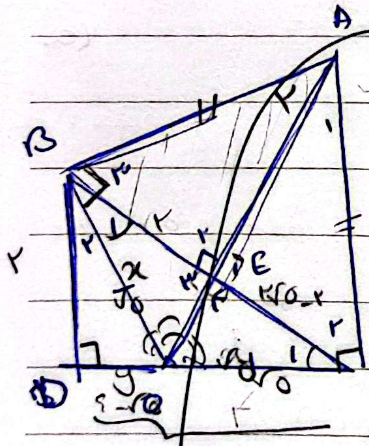
میانه با ارتفاع منطبق است ←

فیثاغورس: $CE^2 = AE^2 + AC^2 \to CE = \sqrt{32 + 128}$

$\to CE = \sqrt{160} = 4\sqrt{10}$

$CE = BD = 4\sqrt{10}$

۸)



عکس ۲-۱

طبق خواص نیمساز، چون $OC \perp AC$ ، $OC = OB$

پس AO نیمساز زاویه A است پس $\hat{A}_1 = \hat{A}_2$

پس مثلث $\overset{\triangle}{ABO} \cong \overset{\triangle}{ACO}$ (وز)

$\to AB = AC$

فیثاغورس $BC = \sqrt{4 + 16} = 2\sqrt{5}$

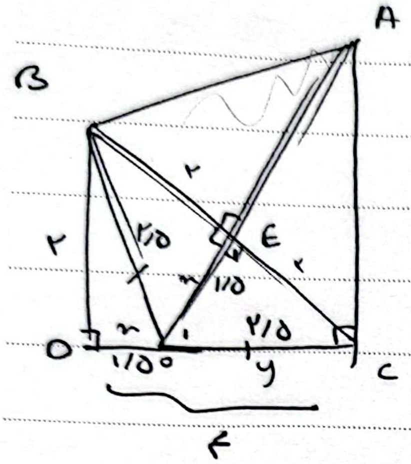
$\hat{E}_3 = \hat{D} = 90$ → عکس قضیه نیمساز

$\to B_1 = B_2$

BOC متساوی الساقین $\to B_1 = C_1$ → $\hat{B}_2 = \hat{C}_1$ ، $D = D = 90°$ (ز ز) → $\overset{\triangle}{CBD} \sim \overset{\triangle}{BOD}$

$\to \frac{CD}{BD} = \frac{BC}{BO} \to \frac{4}{2} = \frac{2\sqrt{5}}{BO} \to BO = \sqrt{5}$

فیثاغورس ← $\frac{5\sqrt{5}}{4-\sqrt{5}} =$



(۱۸

$y = \sqrt{۴ + x^2}$

$y + x = ۴ \rightarrow \sqrt{۴ + x^2} + x = ۴$

$۴ + \cancel{x^2} = ۱۶ + \cancel{x^2} - ۸x \rightarrow ۸x = ۱۲ \rightarrow x = \frac{۳}{۲} = ۱/۵$

$\overline{OE} = \overline{OD} \rightarrow$ عکس عمودمنصف ؛

۵

$\left.\begin{matrix} AC \perp DC \\ BD \perp DC \end{matrix}\right\} \rightarrow AC \parallel BD$

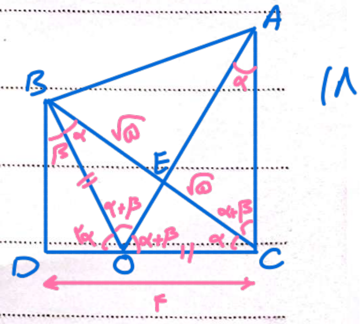
$\left.\begin{matrix} \hat{C} = \hat{E}_1 = ۹۰° \\ \hat{O}_1 = \hat{O}_1 \end{matrix}\right\} \xrightarrow{\text{ز ز}} \overset{\triangle}{ACO} \sim \overset{\triangle}{CEO}$

$\rightarrow \frac{AC}{CE} = \frac{CO}{EO} \rightarrow \frac{AC}{۲} = \frac{۲/۵}{۱/۵} \rightarrow AC = \frac{۵}{۱/۵} = \boxed{\frac{۱۰}{۳}}$

عکس عمودمنصف ؛ $\rightarrow \left.\begin{matrix} \hat{A}_1 = \hat{A}_2 \\ \hat{E}_2 = \hat{E}_3 = ۹۰ \end{matrix}\right\} \xrightarrow{\text{(ز ض)}} \overset{\triangle}{ACE} \cong \overset{\triangle}{ABE}$

$AE = \sqrt{\frac{۱۰۰}{۹} - ۴} = \sqrt{\frac{۶۴}{۹}} = \frac{۸}{۳} \rightarrow S_{AEC} = S_{AEB} = \frac{۱}{۲} \times \frac{۸}{۳} \times ۲ = \boxed{\frac{۸}{۳}}$

(۱۸



$۲\alpha + \beta = ۹۰°$

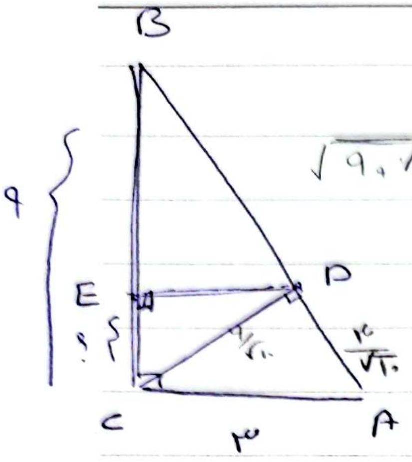
$BD^2 + DC^2 = BC^2 \rightarrow BC = ۲\sqrt{۵} = ۲BE = ۲EC$

$\rightarrow BE = EC = \sqrt{۵}$

$\frac{۲}{\sqrt{۵}} = \frac{۴}{AE} = \frac{۲\sqrt{۵}}{۵} \rightarrow AE = ۲\sqrt{۵}$

$S_{ABE} = \frac{۱}{۲} AE \times BE = ۵$

۱,۷۵



$\sqrt{۹+۸۱}=\sqrt{۹۰}=۳\sqrt{۱۰}=BA$

$S_{ABC}=\frac{1}{2}AB\times CD=\frac{1}{2}AC\times BC\rightarrow$

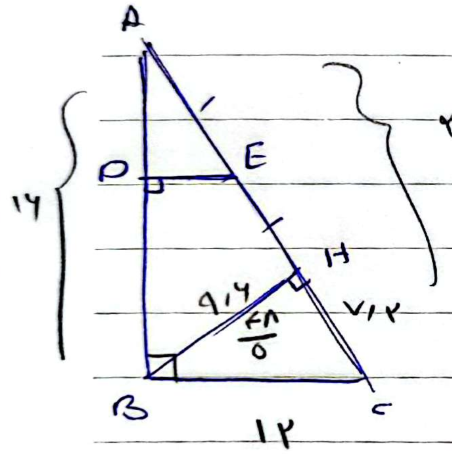
$CD=\frac{۳\times۹}{۳\sqrt{۱۰}}=\frac{۹}{۱۰}\sqrt{۱۰}$

فیثاغورس $\rightarrow AD=\sqrt{۹-\frac{۸۱}{۱۰}}=\sqrt{\frac{۹}{۱۰}}=\frac{۳}{\sqrt{۱۰}}$

تالس $\rightarrow \frac{DA}{BA}=\frac{EC}{BC}\rightarrow \frac{\frac{۳}{\sqrt{۱۰}}}{۳\sqrt{۱۰}}=\frac{EC}{۹}\rightarrow EC=\frac{۲۷}{\sqrt{۱۰}\times۳\sqrt{۱۰}}=\boxed{\frac{۹}{۱۰}}$

$BE=۹-۰,۹=۸,۱$

۱۰)



$AC=\sqrt{۱۴۴+۲۵۶}=\sqrt{۴۰۰}=۲۰$

$\rightarrow S_{ABC}\Rightarrow AC\times BH=AB\times BC$

$\rightarrow BH=\frac{۱۶\times۱۲}{۲۰}=\frac{۴۸}{۵}$

$\rightarrow CH=\sqrt{۱۴۴-۹۲,۱۶}=\sqrt{۵۱,۸۴}=۷,۲$

$\rightarrow ۲x+۷,۲=۲۰\rightarrow ۲x=۱۲,۸\rightarrow x=۶,۴$

$\hat{A}DE\sim A\hat{B}C\ (DE\parallel BC)\rightarrow \frac{DE}{BC}=\frac{AE}{AC}\rightarrow DE=\frac{۶,۴\times۱۲}{۲۰}=\boxed{۳,۸۴}$