آنیاز فرهنگ

۱۵

۱)

$y = x^2 \longrightarrow (1,1), (3,9)$

$f(x) = 3^{Ax+b}$ $\quad 3^{3A+B} = 9 \Rightarrow 3A+B=2$ $\quad 3A+B=2, \; A+B=0$

$\Rightarrow 3^{A+B} = 1 \Rightarrow A+B=0$

$A+B=0$
$-3A-B=-2$
$-2A=-2$
$\Rightarrow A=1$
$B=-1$

$\text{If } x=0 \to f(x) = 3^{x-1} = 3^{-1} = \frac{1}{3}$

۳

---

۲)

$\log_2^{4^x+15} = x+3 \Longrightarrow 4^x + 15 = 2^{x+3}$

$\Rightarrow (2^x)^2 + 15 = 8 \times 2^x \to 2^x = t$

$t^2 + 15 = 8t \Rightarrow (t-3)(t-5)$ $\quad t=3, \; t=5$

$t=3 \to 2^x = 3 \to \log_2^3 = x \Rightarrow \log_2^3$

$t=5 = 2^x = 5 \to \log_2^{2^x} = \log_2^5 \to x = \log_2^5$ $\quad$ مجموع $= \log_2^{15}$

۲

---

۳)

$(\log_{21}^3)^2 + \log_{21}^{147} \; \log_{21}^{1323}$

$\Rightarrow \log_{21}^{21} \times \log_{21}^{7} \times \log_{21}^{21} \times \log_{21}^{21} \times \log_{21}^{3} * (\log_{21}^3)^2 \Rightarrow 1 + (\log_{21}^3)^2$

۰

---

۴)

$\log(x^2 - 2x + 1) + 3\log(1-x) = 0$

$2\log(x-1) + 3\log^{(1-x)} = 0 \to 1-x=1 \to x = 0 \quad \log_3^{(-(0-9))} = 2$

۲

---

۵)

$\log_2^{(x^2+2x+4)} + \log_2^{(x-2)} = 3 \to \log_2^{x^3-8} = 3 \Rightarrow x^3 - 8 = 8 \Rightarrow x^3 = 16 \to x = \sqrt[3]{16} = 2^{\frac{4}{3}}$

$\log_{2^{\frac{1}{3}}}^{x} \to \frac{1}{3}\log_2^x \to \frac{1}{3}\log_2^{2^{\frac{4}{3}}} = \frac{\frac{4}{3}}{\frac{1}{3}} \times \log_2^2 = 4$

۲

(۶)

$\log \frac{۲-x}{\frac{۱}{(x-۲)^۲}} = ۲ \rightarrow \log (۲-x)^۳ = ۲ \rightarrow ۳-x = ۱۰ \rightarrow x = -۸$ ✓

$\log_{\sqrt{۲}} (-x) \rightarrow \log_{\sqrt{۲}} ۸ = \frac{۶}{۱} \log_{۲} ۲ = ۶$ ✓

(۷)

$\log_{۹}^{x-۲} = ۰$

$۳^{x^۲-۲} = ۳^{۲x} \rightarrow x^۲ - ۲ = ۲x$

$x^۲ - ۲x - ۲ = ۰$

$\Delta = b^۲ - ۴ac \rightarrow ۴ + ۸ = ۱۲$

$x = \frac{۲ \pm \sqrt{۱۲}}{۲} \rightarrow ۲ \pm \sqrt{۳}$

$x^۲ - ۴x - ۲ = ۰ \rightarrow x_۱ = ۲ + \sqrt{۶}$ ✓, $x_۲ = ۲ - \sqrt{۶}$ ✗

$\log_{۹}^{x-۲} = \log_{۹}^{\sqrt{۹}} = \frac{۱}{۲}$ ✓

(۸)

$\frac{\log_{۲}^{۸}}{\log_{۲}^{۱۸}} = \frac{۳\log_{۲}^{۲}}{\log_{۲}^{۲} + \log_{۲}^{۹}} = \frac{۳\log_{۲}^{۲}}{\log_{۲}^{۲} + ۲} = \frac{۱۵}{۱۵} = ۱$

$\log_{۲}^{۸} = ۳\log_{۲}^{۲}$

(۹)

$\log_{۱۸}^{۳} = \frac{\log_{۳}^{۳}}{\log_{۳}^{۱۸}} = \frac{۳\log_{۳}^{۳}}{۲\log_{۳}^{۳} + \log_{۳}^{۲}} = \frac{۳ \times \frac{۵}{۸}}{۲ + \frac{۵}{۸}} = \frac{۱۵}{۲۱} = \frac{۵}{۷}$

(۱۰)

$\log_{۴}^{۶} = ۰/۸$

$\log_{۱۲}^{۶} = \frac{\log_{۴}^{۶}}{\log_{۴}^{۱۲}} \rightarrow \frac{۱/۲}{۱ - ۰/۸} = \frac{۱۲}{۸}$ ✓

(۱۰)

$a\log^{۲} - a + b\log^{۲} = ۰ \Rightarrow b\log^{۲} = a - a\log^{۲}$

$\Rightarrow b\log^{۲} = a(۱ - \log^{۲}) \rightarrow \frac{b}{a} = \frac{\log^{۲}}{\log^{۲}} = \log_{۲}^{۵}$ ✓

$(\sqrt{۲})^{\frac{b}{a}} = \sqrt{۲}^{\log_{۲}^{۵}} \Rightarrow ۵^{\frac{۱}{۲}} = \sqrt{۵}$

۳) $(y_{۲۱}^{۳})^۲ + y_{۲۱}^{۷+۲۱} y_{۲۱}^{۹۳ \times ۲۱} = (y_{۲۱}^{۳})^۲ + (y_{۲۱}^{۷} + y_{۲۱}^{۲۱})(y_{۲۱}^{۹۳} + y_{۲۱}^{۲۱})$

$= (y_{۲۱}^{۳})^۲ + (y_{۲۱}^{\frac{۲۱}{۳}} + ۱)(۱ + y_{۲۱}^{۲۱ \times ۳})$

$= (y_{۲۱}^{۳})^۲ + (۱ - y_{۲۱}^{۳} + ۱)(۱ + ۱ + y_{۲۱}^{۳})$

$= (y_{۲۱}^{۳})^۲ + (۲ - y_{۲۱}^{۳})(۲ + y_{۲۱}^{۳}) = ۴$