آنالیز ریاضی

۱

$y=x^2 \longrightarrow (1,1)\ ;\ (3,9)$

$f(x)=r^{Ax+b}$

$r^{A+B}=1 \Rightarrow A+B=0$

$r^{3A+B}=9 \Rightarrow 3A+B=2$

$A+B=0$

$-3A-B=-2$

$-2A=-2 \Rightarrow A=1$

$B=-1$

If $x=0 \rightarrow f(x)=r^{x-1}=r^{-1}=\frac{1}{r}$

۲

$\log_r^{4x+10} = x+2 \Rightarrow r^{x+2}=4^x+10$

$\Rightarrow (r^x)^2+10=4\times r^x \rightarrow r^x=t$

$t^2+10=4t \rightarrow (t-2)(t+5)$ $\quad t=2,\ t=5$

$t=2 \rightarrow r^x=2 \Rightarrow \log_r^2=x \Rightarrow \log_2^r$

$t=5=r^x=5 \rightarrow \log_r^{r^x}=\log_r^5 \rightarrow x=\log_r^5$

$\log_2^{10}=\log_2^{2\times 5}=\log_2^2+\log_2^5=1+\log_2^5$

۳

$(\log_{11}^{121})^2+\log_{11}^{1/47}\log_{11}^{1331}$

$\Rightarrow \log_{11}^{11}\times\log_{11}^{11}\times\log_{11}^{11}\times\log_{11}^{11}\times\log_{11}^{11}*(\log_{11}^{11})^2 \Rightarrow 1+(\log_{11}^{11})^2$

۴

$\log(x^2-2x+1)+2\log(1-x)=0$

$2\log(x-1)+2\log(1-x)=0 \rightarrow 1-x=0 \Rightarrow x=1$

$\log_2^{(-(-1))}=\log_2^2=1$

۵

$\log_2^{(x^2+2x+5)}+\log_{\sqrt{2}}^{(x-2)}=2 \rightarrow \log_2^{x^2-4}=2 \Rightarrow x^2-4=4 \Rightarrow x^2=16 \rightarrow x=\sqrt{16}=4$

$\log_{\frac{1}{2^{1/2}}}^{x} \rightarrow \frac{1}{2}\log_2^x \rightarrow \frac{1}{2}\log_2^{2^2}=\frac{2}{\frac{1}{2}}\times\log_2^2=4$

(۷)

$$\log \frac{\frac{۲-x}{۱}}{\frac{۱}{(x-۲)^۲}} = ۲ \rightarrow \log (۲-x)^۲ = ۲ \rightarrow ۲-x = ۱۰ \rightarrow x = -۸$$

$$\log_{\sqrt{۲}} (-x) \rightarrow \log_{\sqrt{۲}} ۸ = \frac{۶}{۱} \log_۲ ۲ = ۶$$

(۷)

$$\log_{۹} ۲^{x-۲} = ?$$

$$۲^{x^۲-۲} = ۲^{۲x} \rightarrow x^۲ - ۲ = ۲x$$

$$x^۲ - ۲x - ۲ = ۰$$

$$\Delta = b^۲ - ۴ac \rightarrow ۴ + ۸ = ۱۲$$

$$x = \frac{۲ \pm \sqrt{۱۲}}{۲} \rightarrow ۱ \pm \sqrt{۳}$$

$$\log_{۹} ۳^{۱+\sqrt{۳}} = \frac{۱}{۲} \log_۳ ۳$$

(۸)

$$\frac{\log_۲ ۸}{\log_۲ ۱۶} = \frac{۳ \log_۲ ۲}{\log_۲ ۴ + \log_۲ ۴} = \frac{۳ \log_۲ ۲}{۲ \log_۲ ۲ + ۲} \cdot \frac{\frac{۱۵}{۸}}{\frac{۱۵}{۸}} = ۱$$

$$\log_۲ ۸ = ۳ \log_۲ ۲$$

(۹)

$$\log_{۴} ۲ = ۰/۵$$

$$\log_{۱۲} ۴ = \frac{\log_۲ ۴}{\log_۲ ۱۲} \rightarrow \frac{۱}{۲} \div ۰/۵ = \frac{۱۲}{۱۸}$$

(۱۰)

$$a \log^۲ - a + b \log^۲ = ۰ \Rightarrow b \log^۲ = a \log^۲$$

$$\Rightarrow b \log^۲ = a(۱ - \log^۲) \rightarrow \frac{b}{a} = \frac{\log^۲}{\log^۲} = \log_۲ ۵$$

$$(\sqrt{۲})^{\frac{b}{a}} = \sqrt{۲}^{\log_۲ ۵} \Rightarrow ۵^{\frac{۱}{۲}} = \sqrt{۵}$$