ماهان امیرمقدم طبری ج

۲۰

ج۱ ۲

$$x^۲ = ۳^{Ax+B} \Rightarrow x = ۱, ۳$$

$$\Rightarrow ۳^۲ = ۳^{۳A+B} \Rightarrow ۲ = ۳A+B$$

$$\Rightarrow ۱ = ۳^{A+B} \Rightarrow (۰ = A+B)\times -۱ \Bigg\} \Rightarrow ۲A = ۲ \Rightarrow A = ۱,\ B = -۱$$

$$f(x) = ۳^{x-۱} \Rightarrow \boxed{f(۰) = \frac{۱}{۳} \to \left(۰, \frac{۱}{۳}\right)}$$

ج۲

$$\log_۲^{۴^x+۱۵} = x+۳ \to ۴^x+۱۵ = ۲^{x+۳} \Rightarrow$$

$$۲^{۲x}+۱۵ = ۸\times ۲^x \xrightarrow{۲^x = t} t^۲ - ۸t + ۱۵ = ۰$$

$$(t-۳)(t-۵) = ۰ \Rightarrow t = ۳, ۵ \Rightarrow ۳ = ۲^x \Leftrightarrow \log_۲^۳ = x$$

$$۵ = ۲^x \Rightarrow \log_۲^۵ = x$$

۲

$$\log_۲^۳ + \log_۲^۵ = \boxed{\log_۲^{۱۵}}$$

ج۳

۲

$$(\log_{۲۱}^۳)^۲ + (۲\overset{۱-m}{\log_{۲۱}^۷} + \overset{m}{\log_{۲۱}^۳}) \times (۲\log_{۲۱}^۷ + ۳\log_{۲۱}^۳)$$

$$\log_{۲۱}^۷ = \log_{۲۱}^{۲۱} - \log_{۲۱}^۳ \Rightarrow \log_{۲۱}^۷ = ۱-m$$

$$\Rightarrow m^{۲}+(\underbrace{\underbrace{۲-۲m+m}_{۲-m})\times(\underbrace{۲-۲m+۳m}_{m+۲}}_{۴-m^{۲}})=m^{۲}-m^{۲}+۴=\boxed{۴}$$

$$\log^{\overset{(1-x)^{۲}}{(x^{۲}-۲x+1)}}+۳\log^{(1-x)}=۵ \qquad ✓ \qquad \leftarrow ۴$$

$$۲\log^{(1-x)}+۳\log^{(1-x)}=۵\Rightarrow\log^{1-x}=1\Rightarrow 1-x=10\Rightarrow$$

$$x=-۹\Rightarrow\log_{۳}^{(-(-۹))}=\boxed{۲}$$

$$\log_{۲}^{(x^{۲}+۲x+۴)}+\log_{۲}^{(x-۲)}=۳ \qquad ✓ \qquad \leftarrow ۵$$

$$(x^{۲}+۲x+۴)(x-۲)=x^{۳}+\cancel{۲x^{۲}}+\cancel{۴x}-\cancel{۲x^{۲}}-\cancel{۴x}-۸=x^{۳}-۸ \Rightarrow$$

$$\log_{۲}^{x^{۳}-۸}=۳\Rightarrow x^{۳}-۸=۸\Rightarrow x^{۳}=۱۶\Rightarrow x=۲^{\frac{۴}{۳}}$$

$$\log_{۲^{\frac{1}{۳}}}^{۲^{\frac{۴}{۳}}}=\frac{۴}{۳}\times۳\log_{۲}^{۲}=\boxed{۴}$$

$$\log^{۲-x}-\log^{\frac{1}{(x-۲)^{۲}}}=۳\Rightarrow\log^{-(x-۲)\div\frac{1}{(x-۲)^{۲}}}=۳ \qquad ✓ \qquad \leftarrow ۶$$

$$\log^{-(x-۲)^{۳}}=۳\Rightarrow-(x-۲)^{۳}=10^{۳}\Rightarrow x-۲=-10$$

$$x=-۸=-۲^{۳}\Rightarrow\log_{۲^{\frac{1}{۲}}}^{۲^{۳}}=۳\times۲\log_{۲}^{۲}=\boxed{۶}$$

$۳^{x^۲-۲} = ۳^{۴x} \Rightarrow x^۲-۲=۴x \Rightarrow x^۲-۴x-۲=۰$ ← ۷

$\Delta = ۱۶+۸=۲۴ \Rightarrow \dfrac{۴\pm ۲\sqrt{۶}}{۲} = ۲\pm\sqrt{۶} \rightarrow ۲+\sqrt{۶}$ (۲)

غ ق ق ← چون منفی میشه

$\log_۶^{۲+\sqrt{۶}-۲} = \log_۶^{۶^{\frac{۱}{۲}}} = \frac{۱}{۲}\log_۶^۶ = \boxed{۱/۲}$

$\log_۳^۲ = ۵/۸$ ← ۸ (۳)

$\log_۳^۸ \rightarrow ۳\log_۳^۲ \rightarrow ۳\times\frac{۵}{۸}$

$\log_{۱۸}^۸ = \dfrac{\log_۳^۸}{\log_۳^{۱۸}} = \dfrac{\frac{۱۵}{۸}}{\frac{۲۱}{۸}} = \frac{۱۵}{۲۱} = \boxed{\frac{۵}{۷}}$

$\log_۳^{۱۸} \rightarrow \log_۳^۹ + \log_۳^۲$

$\log_۳^۹ \rightarrow \frac{۱۶}{۸}$, $\log_۳^۲ \rightarrow \frac{۵}{۸}$

$\log_۴^۳ = ۰/۸$ ← ۹ (۲)

$\log_{۱۲}^۶ \Rightarrow \dfrac{\log_۴^۶}{\log_۴^{۱۲}} = \dfrac{۰/۸+۰/۵}{۱/۸} = \boxed{\frac{۱۳}{۱۸}}$

$\log_۴^۶ \rightarrow \log_۴^۳ + \log_۴^۲$

$\log_۴^۳ \rightarrow ۰/۸$, $\log_۴^۲ \rightarrow \frac{۱}{۲}\log_۲^۲ \rightarrow ۰/۵$

$\log_۴^{۱۲} \rightarrow \log_۴^۴ + \log_۴^۳$

$\log_۴^۴ \rightarrow ۱$, $\log_۴^۳ \rightarrow ۰/۸$

$$\xrightarrow{-۱} a\log^{۲} - a + b\log^{۲} = ۰$$ ح۱۵

۶

$$b\log^{۲} = a - a\log^{۲} \rightarrow b\log^{۲} = a(۱ - \log^{۲})$$

$$b/a = \frac{۱-\log^{۲}}{\log^{۲}} = \frac{\log^{۱۰}-\log^{۲}}{\log^{۲}} = \frac{\log^{۵}}{\log^{۲}} = \log^{۵}_{۲}$$

$$b/a = \log^{۵}_{۲} \rightarrow (\sqrt{۲})^{\log^{۵}_{۲}} = ۵^{\log^{\sqrt{۲}}_{۲}} = ۵^{\frac{۱}{۲}\log^{۲}_{۲}}$$

$$= ۵^{۱/۲} = \boxed{\sqrt{۵}}$$