شایان داود

۱۸

۱) $f(۱) = y(۱) \longrightarrow ۳^{A+B} = ۱ \quad A+B=۰$

$f(۲) = y(۲) \longrightarrow ۳^{۲A+B} = ۹ \longrightarrow ۲A+B=۲$

$-۲A = -۲ \to A = ۱ \quad B = -۱ \quad f(x) = ۳^{x-۱}$

$f(۰) = ۳^{-۱} = \frac{۱}{۳}$

۲) $\log_a^b = x \longleftrightarrow a^x = b$

$۲^{x+۳} = ۴^x + ۱۶ \to ۲^x \times ۲^۳ = (۲^۲)^x + ۱۶$

$۲^x \times ۸ = (۲^x)^۲ + ۱۶ \xrightarrow{۲^x = t} ۸t = t^۲ + ۱۶ \to t^۲ - ۸t + ۱۵ = ۰$

$(t-۳)(t-۵) = ۰ \begin{cases} t=۳ \to ۲^x = ۳ \to x = \log_۲^۳ \\ t=۵ \to ۲^x = ۵ \to x = \log_۲^۵ \end{cases}$

$S = \log_۲^۳ + \log_۲^۵ = \log_۲^{۱۵}$

۳) $\log_{۲۱}^{۱۴۷} = \log_{۲۱}^{۲۱} + \log_{۲۱}^{۷} = ۱ + \log_{۲۱}^{۷} \to ۱ + \log_{۲۱}^{۲۱} - \log_{۲۱}^{۳} = ۲ - \log_{۲۱}^{۳}$

$\log_{۲۱}^{۱۳۲۳} = ۲\log_{۲۱}^{۲۱} + \log_{۲۱}^{۳} = ۲ + \log_{۲۱}^{۳}$

$= \cancel{(\log_{۲۱}^{۳})^۲} + \underbrace{(۲-\log_{۲۱}^{۳})\cdot(۲+\log_{۲۱}^{۳})}_{(۴-\cancel{\log_{۲۱}^{۳}})^۲} = ۴$

---

۴) $\log(x^۲-۲x+۱) + \log(۱-x)^۳ = ۵$

$\log(x-۱)^۲ + \log-(x-۱)^۳ = ۵$

$\log_{۱۰}^{-(x-۱)^۵} = ۵ \to -(x-۱)^۵ = ۱۰^۵ \xrightarrow{\sqrt[۵]{}}$

$\underbrace{-(x-۱)}_{-x+۱=۱۰} = ۱۰ \longrightarrow x = -۹$

$\log_۳^۹ = ۲$

۵) $\log_۲^{(x-۲)(x^۲+۲x+۴)} = \log_۲^{(x^۳-۸)} = ۳$

$x^۳ - ۸ = ۸ \to x = \sqrt[۳]{۱۶} = ۲^{\frac{۴}{۳}}$

$\log_{\sqrt[۳]{۲}}^{x} = \log_{۲^{\frac{۱}{۳}}}^{۲^{\frac{۴}{۳}}} = ۴ \times \log_۲^۲ = ۴$

۶) $\log \frac{۲-x}{\frac{۱}{(x-۲)^۲}} = ۳$

حل کامل صحیح است ؟

$\log \frac{۲-x}{\frac{۱}{(۲-x)^۲}} \Rightarrow \log_{۱۰}^{(۲-x)^۳} = ۳ \qquad \log_{\sqrt{۲}}^{۸} = ۶$

$۱۰^۳ = (۲-x)^۳$

$۲-x = ۱۰ \quad \boxed{x=-۸}$

۷)

$۳^{x^۲-۲}=(۳^٤)^x \qquad x^۲-۲=٤x \qquad x^۲-٤x-۲=۰$

غ ق ق ←

$\Delta=(-٤)^۲-٤\times۱\times(-۲)=۲٤$ ✓

$x_۱ , x_۲=\frac{۴+\sqrt{۲٤}}{۲}$ و $\frac{۴-\sqrt{۲٤}}{۲}$

$\boxed{۲+\sqrt{۶}}$

$\log\frac{\cancel{۲}+\sqrt{۶}-\cancel{۲}}{۶}=\log\frac{\sqrt{۶}}{۶}=\frac{۱}{۲}\log_{۶}^{۶}=\frac{۱}{۲}$

۸)

$\log_{۱۸}^{۸}=\log_{۱۸}^{۲^۳}\rightarrow ۳\log_{۱۸}^{۲}\Longrightarrow$ ✓

$۳\left(\frac{\log_{۳}^{۲}}{\log_{۳}^{۱۸}}\right)\Rightarrow ۳\left(\frac{\log_{۳}^{۲}}{\log_{۳}^{۲}+۲\log_{۳}^{۳}}\right)=۳\times\frac{۵}{۲۱}=\frac{۵}{۷}$

۹)

$\log_{۱۲}^{۹}\rightarrow\frac{\log_{۴}^{۹}}{\log_{٤}^{۱۲}}=\frac{\log_{٤}^{۲}+\log_{۴}^{۳}}{\log_{۴}^{۳}+\log_{٤}^{٤}}=\frac{۰/۸+\frac{۱}{۲}}{۰/۸+۱}=\frac{۱۳}{۱۸}$ ✓

۱۰)

$۵x^۲-۳x+k=۰ \quad \begin{cases}a=۵\\ b=-۳\\ c=k\end{cases}$

$\frac{c}{a}$ ✓ اگر یکی از ریشه‌ها ۱ باشد ریشه دیگر $\frac{c}{a}$ است یعنی در معادله $x_۲=\frac{k}{۵}$.

۵

$۵(۱)^۲-۳(۱)+k=۰\rightarrow ۵-۳+k=۰\rightarrow k=-۲$

$x_۲=\frac{-۲}{۵}=-۰/٤$

۱۰) $(a\log^{۲}) - a + b\log^{۲} = ۰ \rightarrow a(۱ - \log^{۲}) = b\log^{۲}$

$\rightarrow a\log^{۵} = b\log^{۲} \rightarrow \frac{b}{a} = \log_{۲}^{۵} \rightarrow (\sqrt{۲})^{\log_{۲}^{۵}} = \sqrt{۵}$