مسائل داود

۱) $f(۱) = y(۱) \longrightarrow ۳^{A+B} = ۱ \quad A+B=۰$

$f(۲) = y(۲) \longrightarrow ۳^{۲A+B} = ۹ \longrightarrow ۲A+B=۲$

$-۲A = -۲ \rightarrow A = ۱ \quad B = -۱ \quad f(x) = ۳^{x-۱}$

$f(۰) = ۳^{-۱} = \frac{۱}{۳}$

۲) $\log_{a}^{b} = x \longleftrightarrow a^{x} = b$

$۲^{x+۳} = ۴^{x} + ۱۵ \rightarrow ۲^{x} \times ۲^{۳} = (۲^{۲})^{x} + ۱۵$

$۲^{x} \times ۸ = (۲^{x})^{۲} + ۱۵ \xrightarrow{۲^{x}=t} ۸t = t^{۲} + ۱۵ \rightarrow t^{۲} - ۸t + ۱۵ = ۰$

$(t-۳)(t-۵) = ۰ \quad \begin{cases} t=۳ \rightarrow ۲^{x}=۳ \rightarrow x=\log_{۲}^{۳} \\ t=۵ \rightarrow ۲^{x}=۵ \rightarrow x=\log_{۲}^{۵} \end{cases}$

$S = \log_{۲}^{۳} + \log_{۲}^{۵} = \log_{۲}^{۱۵}$

۳) $\log_{۲۱}^{۱۴۷} = \log_{۲۱}^{۲۱} + \log_{۲۱}^{۷} = ۱ + \log_{۲۱}^{۷} \rightarrow ۱ + \log_{۲۱}^{۲۱} - \log_{۲۱}^{۳} = ۲ - \log_{۲۱}^{۳}$

$\log_{۲۱}^{۱۳۲۳} = ۲\log_{۲۱}^{۲۱} + \log_{۲۱}^{۳} = ۲ + \log_{۲۱}^{۳}$

$= \cancel{(\log_{۲۱}^{۳})^{۲}} + \underbrace{(۲-\log_{۲۱}^{۳}) \cdot (۲+\log_{۲۱}^{۳})}_{(۴-\cancel{\log_{۲۱}^{۳}})^{۲}} = ۴$

۴) $\log^{(x^{۲}-۲x+۱)} + \log^{(۱-x)^{۳}} = ۵$

$\log^{(x-۱)^{۲}} + \log^{-(x-۱)^{۳}} = ۵$

$\log_{۱۰}^{-(x-۱)^{۵}} = ۵ \rightarrow -(x-۱)^{۵} = ۱۰^{۵} \xrightarrow{\sqrt[۵]{\ }}$

$\underbrace{-(x-۱) = ۱۰}_{-x+۱=۱۰} \longrightarrow x = -۹$

$\log_{۳}^{۹} = ۲$

۵) $\log_{۲}^{(x-۲)(x^{۲}+۲x+۴)} = \log_{۲}^{(x^{۳}-۸)} = ۳$

$x^{۳} - ۸ = ۸ \rightarrow x = \sqrt[۳]{۱۶} = ۲^{۴/۳}$

$\log_{\sqrt[۳]{۲}}^{x} = \log_{۲^{۱/۳}}^{۲^{۴/۳}} = ۴ \times \log_{۲}^{۲} = ۴$

۶) $\log \frac{۲-x}{\frac{۱}{(x-۲)^{۲}}} = ۳$

چون توان منفی است

$\log \frac{۲-x}{\frac{۱}{(۲-x)^{۲}}} \Rightarrow \log_{۱۰}^{(۲-x)^{۳}} = ۳ \qquad \log_{\sqrt{۲}}^{۸} = ۶$

$۱۰^{۳} = (۲-x)^{۳}$

$۲ - x = ۱۰ \quad \boxed{x = -۸}$

۷) $x^۲-۴x-۲=۰ \qquad x^۲-۲=۴x \qquad ۳^{x^۲-۲}=(۳^۴)^x$

توان

$\Delta=(-۴)^۲-۴\times۱\times(-۲)=۲۴$

$x_۱, x_۲=\frac{۴+\sqrt{۲۴}}{۲}$ و $\frac{۴-\sqrt{۲۴}}{۲}$

$\boxed{۲+\sqrt{۶}}$

$\log_{۶}^{\cancel{۲}+\sqrt{۶}-\cancel{۲}}=\log_{۶}^{\sqrt{۶}}=\frac{۱}{۲}\log_{۶}^{۶}=\frac{۱}{۲}$

۸) $\log_{۱۸}^{۸}=\log_{۱۸}^{۲^۳}\rightarrow ۳\log_{۱۸}^{۲}\Longrightarrow$

$۳\left(\frac{\log_۳^۲}{\log_۳^{۱۸}}\right)\Rightarrow ۳\left(\frac{\log_۳^۲}{\log_۳^۲+۲\log_۳^۳}\right)=۳\times\frac{۵}{۲۱}=\frac{۵}{۷}$

۹) $\log_{۱۲}^{۹}\rightarrow\frac{\log_۴^۹}{\log_۴^{۱۲}}=\frac{\log_۴^۲+\log_۴^۳}{\log_۴^۳+\log_۴^۴}=\frac{۰/۸+\frac{۱}{۲}}{۰/۸+۱}=\frac{۱۳}{۱۸}$

۱۰) $۵x^۲-۳x+k=۰ \begin{cases} a=۵ \\ b=-۳ \\ c=k \end{cases}$

اگر یکی از ریشه‌ها ۱ باشد ریشه دیگر $\frac{c}{a}$ است یعنی در معادله $x_۲=\frac{k}{۵}$

$۵(۱)^۲-۳(۱)+k=۰\rightarrow ۵-۳+k=۰\rightarrow k=-۲$

$x_۲=\frac{-۲}{۵}=-۰/۴$