17,75

نام و نام خانوادگی ......سینا دادخواه.......... پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ..۱۶.... کلاس .یازدهم تجربی...۸

۱

نمودار یک تابع به صورت $f(x)=3^{Ax+B}$ ، نمودار تابع $y=x^2$ را در ۲ نقطه به طول های ۱ و ۳ قطع می‌کند. عرض نقطه‌ی تلاقی تابع f با محور y ها را بیابید.

$x=1 \rightarrow x^2 \rightarrow (1)$

$x=3 \rightarrow x^2 \rightarrow (9)$

$f(x) = \begin{cases} x=1 \rightarrow 3^{\boxed{A+B}} = 1 \rightarrow 3^{\boxed{0}} \\ x=3 \rightarrow 3^{(3A+B)} = 9 \rightarrow 3^{(2)} \end{cases}$

تلاقی با محور y ها: $x=0$

$A+B=0$

$-\ 3A+B=2$

$-2A=-2 \rightarrow A=1 \ , \ B=-1 \Rightarrow f(x)=3^{x-1} \xrightarrow{x=0} 3^{-1} = \boxed{\frac{1}{3}}$

۲

۲

مجموع جواب های معادله ی $\log_2^{(4^x+15)} = x+3$ را بیابید.

$2^x=t \Rightarrow 2^{2x}=t^2$

$\Rightarrow x=\log_2^t \ , \ 3=\log_2^8 \qquad \log_2^{8t}$

$(3) \leftarrow (t-3)(t-5)=0 \rightarrow (5)$

$\xrightarrow{\text{بازنویسی}} \log_2^{t^2+15} = \log_2^t + \log_2^8 \Rightarrow t^2+15=8t \Rightarrow t^2-8t+15=0$

$t=3 \rightarrow \log_2^3 = x_1 \ / \ t=5 \rightarrow \log_2^5 = x_2 \qquad \{\log_2^3 + \log_2^5\} = \log_2^{15}$

1,75

۳

حاصل عبارت $\log_{21}^{(3\times4\times3)}$ ... $(\log_{21}^3)^2 + \log_{21}^{(47)}$ را بیابید.

$21\times21\times3$

$2+\log_2^3$

$\log_{21}^3=t$

$t^2+\log_{21}^{47} \times (2+t) \Rightarrow \log_{21}^{47} = \frac{-t^2}{2+t} \quad (1) \qquad t^2+2t^2$

$\xrightarrow{(1)} t^2 - \frac{t^2}{t+2} \times t \Rightarrow t^2 - \frac{t^3}{t+2} \Rightarrow \frac{t^2(t+2)-t^3}{t+2} = \frac{2t^2}{t+2}$

۲

۴

اگر $\log(x^2-2x+1) + 3\log(1-x) = 5$ باشد، مقدار $\log_3^{-x}$ را بیابید.

$(x-1)^2$

$\log^{(x-1)^2} + \log^{(1-x)^3} = 5 \rightarrow \log^{(x-1)^2(1-x)^3} = 5$

۲

$\xrightarrow{(x-1)^2=(1-x)^2}$ 1) $\log(1-x)^5 = 5 \rightarrow (1-x)^5 = 10^5 \rightarrow 1-x=10 \rightarrow \boxed{x=-9}$ ق ق

2) $\log(x-1)^5 = 5 \rightarrow (x-1)^5 = 10^5 \rightarrow x-1=10 \rightarrow \boxed{x=11}$ غ ق ق

به دلیل دامنه $1>x$

$\xrightarrow{x=-9} \log_3^9 = (2)$ جواب

۵

اگر $\log_2^{(x^2+2x+4)} + \log_2^{(x-2)} = 3$ باشد، مقدار $\log_{\sqrt{2}}^x$ را بیابید.

$\log_2^{(x^2+2x+4)(x-2)} = 3 \rightarrow (x^2-2x+4)(x-2)=8 \rightarrow x^3+2x^2+4x-2x^2-4x-8=$

$x^3-8=8 \rightarrow \boxed{x^3=16} \rightarrow x=\sqrt[3]{16}$ ق ق

۲

$\log_{\sqrt{2}}^{\sqrt[3]{16}} \Rightarrow \log_2^{16} = (4)$ جواب

۶

اگر $\log(2-x) - \log\frac{1}{(x-2)^2} = 3$ باشد، مقدار $\log_{\sqrt2} -x$ را بیابید.

$(1)\quad \log\frac{1}{(x-2)^2} = -\log(x-2)^2$

$\log(2-x) - \log\frac{1}{(x-2)^2} = 3 \xrightarrow{(1)} \log(2-x) + \log(x-2)^2 = 3 \to \log(2-x)(x-2)^2 = 3$

$(x-2)^2 = (2-x)^2 \to$
1) $\log(2-x)^3 = 3 \to (2-x)^3 = 10^3 \to 2-x = 10 \to x = -8$ ق ق
2) $\log(x-2)^3 = 3 \to (x-2)^3 = 10^3 \to x-2 = 10 \to x = 12$ غ ق ق

$x=-8 \to \log_{\sqrt2} 8 \to \frac{3}{\frac12}\log_2 2 \Rightarrow 6$ جواب

به دلیل دامنه $2 > x$

۷

اگر $3^{x^2-2} = 81^x$ باشد، $\log_6(x-2)$ را بیابید.

$3^{x^2-2} = 3^{4x} \to x^2 - 2 = 4x$

$\Rightarrow x^2 - 4x - 2 = 0 \to \Delta = 16 - 4(-2) \Rightarrow 24 \qquad x = \frac{4 \pm \sqrt{24}}{2} \Rightarrow \frac{2(2 \pm \sqrt6)}{2}$

$\log_6(x-2) \to \log_6(2 - \sqrt6 - 2) \Rightarrow$ غ ق ق $\to$ به علت شرط دامنه $-\sqrt6 < 0$

$\log_6(2 + \sqrt6 - 2) \Rightarrow \log_6 \sqrt6 \to \frac12$ جواب

۸

اگر $\log_3 2 = \frac{5}{8}$ باشد، آنگاه مقدار $\log_{18} 8$ را بیابید.

$\log_{18} 8 = \frac{\log_3 8}{\log_3 18} \Rightarrow \frac{\log_3 4 + \log_3 2}{\log_3 9 + \log_3 2} \Rightarrow \frac{2\log_3 2 + \log_3 2}{\log_3 9 + \log_3 2} \Rightarrow \frac{2\times\frac58 + \frac58}{2 + \frac58} \Rightarrow$

($8 = 4\times2$، $4 = 2^2$، $18 = 9\times2$، $\log_3 9 = 2$)

$\Rightarrow \frac{\frac{10}{8} + \frac58}{\frac{16}{8} + \frac58} \Rightarrow \frac{\frac{15}{8}}{\frac{21}{8}} \Rightarrow \frac{15}{21} \Rightarrow \frac57$

۹

اگر $\log_4 3 = 0.8$ ($4 = 2^2$) باشد، مقدار $\log_{12} 6$ ؟

$\frac12 \log_2 3 = \frac{8}{10} \to \log_2 3 = \frac{16}{10}$

$\log_{12} 6 = \frac{\log_2 6}{\log_2 12} \Rightarrow \frac{\log_2 3 + \log_2 2}{\log_2 3 + \log_2 4} \Rightarrow \frac{\frac{16}{10} + \frac{10}{10}}{\frac{16}{10} + \frac{20}{10}} \to \frac{\frac{26}{10}}{\frac{36}{10}} \Rightarrow \frac{26}{36} \to \frac{13}{18}$

($6 = 3\times2$، $12 = 4\times3$، $\log_2 2 = 1$، $\log_2 4 = 2$)

۱۰

اگر یکی از ریشه‌های معادله درجه دو $(a\log 2)x^2 + ax + b\log 2 = 0$ برابر -1 باشد، مقدار $(\sqrt2)^{\frac ba}$ را بیابید.

$\xrightarrow{x=-1} a\log 2 - a + b\log 2 = 0 \to (a+b)\log 2 - a = 0 \Rightarrow a = (a+b)\log 2$

$\xrightarrow{\div a} 1 = (1 + \frac ba)\log 2 \Rightarrow \frac{1}{\log 2} = 1 + \frac ba \Rightarrow \frac ba = \frac{1}{\log 2} - 1$

$\xrightarrow{\frac{1}{\log 2} = \log_2 10} \frac ba = \log_2 10 - \log_{10} 10 \Rightarrow \frac ba = \log_2 5 \quad (1)$ جواب

$(\sqrt2)^{\frac ba} \Rightarrow (2^{\frac12})^{\frac ba} \Rightarrow (2^{\frac12})^{\log_2 5} \to (2^{\log_2 5})^{\frac12} \to (5^{\log_2 2})^{\frac12} = \sqrt5$

۳) $\left(\log_{۲۱}^{۳}\right)^{۲} + \log_{۲۱}^{۷×۲۱} \log_{۲۱}^{۶۳×۲۱} = \left(\log_{۲۱}^{۳}\right)^{۲} + \left(\log_{۲۱}^{۷} + \log_{۲۱}^{۲۱}\right)\left(\log_{۲۱}^{۶۳} + \log_{۲۱}^{۲۱}\right)$

$= \left(\log_{۲۱}^{۳}\right)^{۲} + \left(\log_{۲۱}^{\frac{۲۱}{۳}} + ۱\right)\left(۱ + \log_{۲۱}^{۲۱×۳}\right)$

$= \left(\log_{۲۱}^{۳}\right)^{۲} + \left(۱ - \log_{۲۱}^{۳} + ۱\right)\left(۱ + ۱ + \log_{۲۱}^{۳}\right)$

$= \left(\log_{۲۱}^{۳}\right)^{۲} + \left(۲ - \log_{۲۱}^{۳}\right)\left(۲ + \log_{۲۱}^{۳}\right) = ۴$