یازدهم دختر A — پاسخنامه تشریحی شماره ۲۴ — ۱۹,۷۵ — آنا کرمانی

① (۲)

$3^{3A+B}=9 \Rightarrow 2=3A+B$, $3^{A+B}=1 \Rightarrow A+B=0$

$\begin{cases}3A+B=2\\ A+B=0\end{cases}$ $\quad 2A=2 \Rightarrow A=1 \Rightarrow B=-1$

$x=1 \Rightarrow y=1$, $x=3 \Rightarrow y=9$

$f(0)=3^B \Rightarrow 3^{-1}=\frac{1}{3} \Rightarrow \frac{1}{3} \rightarrow$ نقطه تلاقی

② (۲)

$\log_2^{(4^x+15)}=x+3 \Rightarrow \log_2^{(4^x+15)}=\log_2^{2^{x+3}} \Rightarrow 4^x+15=2^{x+3} \Rightarrow 2^{2x}+15=2^{x+3} \Rightarrow$

$2^{2x}-2^{x+3}+15=0 \Rightarrow 2^{2x}-2^x\times2^3+15=0 \Rightarrow^{2^x=x} x^2-8x+15=0 \Rightarrow (x-3)(x-5) \Rightarrow$

$2^x=5 \Rightarrow x=\log_2^5$, $2^x=3 \Rightarrow x=\log_2^3 \Rightarrow \log_2^3+\log_2^5 \Rightarrow \log_2^{15}$

③ (۲)

$(\log_{21}^3)^2+\log_{21}^{147}\log_{21}^{1323} \Rightarrow (\log_{21}^3)^2+\log_{21}^{147}\times(2\log_{21}^3+\log_{21}^{147})=(\log_{21}^3)^2+2\log_{21}^3\log_{21}^{147}+(\log_{21}^{147})^2$

$(\log_{21}^3+\log_{21}^{147})^2=(\log_{21}(3\times147))^2=(\log_{21}^{441})^2=(\log_{21}21^2)^2=4$

④ (۲)

$\log(x^2-2x+1)+3\log(1-x)=5$, $\log_3^{-x}$

$x^2-2x+1\times(1-x)^3=10^5 \Rightarrow (1-x)^2\times(1-x)^3=10^5 \Rightarrow (1-x)^5=10^5 \Rightarrow 1-x=10 \Rightarrow x=-9$

$\log_3^9=2$

⑤ (۲)

$\log_2^{(x^2+2x+4)}+\log_2(x-2)=3 \Rightarrow (x^2+2x+4)(x-2)=8 \Rightarrow (x^3-8)=8 \Rightarrow$

$x^3=16 \Rightarrow x=\sqrt[3]{16} \Rightarrow \log_{\sqrt[3]{2}}^{\sqrt[3]{16}} \Rightarrow \log_2^{16}=4$

⑥ (۱,۷۵)

$\log(2-x)-\log\frac{1}{(x-2)^2}=3 \Rightarrow (2-x)(x-2)^2=10^3 \Rightarrow -(x-2)(x-2)^2=10^3 \Rightarrow -(x-2)^3=10^3$

$2-x=10 \Rightarrow x=-8 \Rightarrow \log_{\sqrt{2}}^8 \Rightarrow \frac{1}{2}\log_2^8=\frac{1}{2}\times3=\frac{3}{2}$ $\quad \log_{2^{\frac{1}{2}}}^{2^3}=6$

⑦ (۲)

$3^{x^2-2}=81^x \Rightarrow 3^{x^2-2}=3^{x^2-2}=3^{4x} \Rightarrow x^2-2=4x \Rightarrow x^2-4x-2=0 \Rightarrow$

$x=\frac{4\pm\sqrt{24}}{2} \Rightarrow \frac{4+\sqrt{24}}{2},\frac{4-\sqrt{24}}{2} \Rightarrow \frac{4+2\sqrt6}{2},\frac{4-2\sqrt6}{2} \Rightarrow \frac{2(2+\sqrt6)}{2},\frac{2(2-\sqrt6)}{2} \Rightarrow$

$x-2>0 \Rightarrow x>2 \Rightarrow x=2+\sqrt6$

$\log_6^{2+\sqrt6-2} \Rightarrow \log_6^{\sqrt6} \Rightarrow \frac{1}{2}\log_6^6=\frac{1}{2}$

۸

$\log_{۳}^{۲} = \frac{۵}{۸}$, $\log_{۱۸}^{۸} \Rightarrow ۳\log_{۱۸}^{۲} \Rightarrow ۳\left(\frac{۱}{\log_{۲}^{۱۸}}\right) = ۳\left(\frac{۱}{\log_{۲}^{۲} + ۲\log_{۲}^{۳}}\right) \overset{\star}{\Rightarrow} ۳\left(\frac{۱}{\frac{۵}{۵}+\frac{۱۶}{۵}}\right) = \frac{۱۵}{۲۱} = \frac{۵}{۷}$

$\log_{۳}^{۲} = \frac{۱}{\log_{۲}^{۳}} = \frac{۵}{۸} \Rightarrow \log_{۲}^{۳} = \frac{۸}{۵} \star$

۹

$\log_{۴}^{۳} = ۰٫۸ \Rightarrow \log_{۳}^{۴} = \frac{۱۰}{۸} \Rightarrow ۲\log_{۳}^{۲} = \frac{۱۰}{۸} \Rightarrow \log_{۳}^{۲} = \frac{۵}{۸} \Rightarrow \log_{۲}^{۳} = \frac{۸}{۵} \star$

$\log_{۱۲}^{۹} \Rightarrow \frac{۱}{\log_{۹}^{۱۲}} \Rightarrow \frac{۱}{\log_{۹}^{۲} + \log_{۹}^{۹}} = \frac{۱}{\log_{۹}^{۲} + ۱} = \frac{۱}{\frac{۵}{۱۳} + \frac{۱۳}{۱۳}} = \frac{۱۳}{۱۸}$

$\log_{۹}^{۲} = \frac{۱}{\log_{۲}^{۹}} = \frac{۱}{\log_{۲}^{۲} + \log_{۲}^{۳}} \Rightarrow \frac{۱}{\frac{۵}{۵} + \frac{۸}{۵}} = \frac{۵}{۱۳}$

۱۰

$a\log ۲ - a + b\log ۲ = ۰ \overset{\log ۲ = m}{\Longrightarrow} a\log ۲ + b\log ۲ = a \Rightarrow (a+b)\log ۲ = a \Rightarrow \frac{a+b}{a}\log ۲ = ۱$

$\left(۱+\frac{b}{a}\right)\log ۲ = ۱ = \frac{۱}{\log ۲} = ۱+\frac{۱}{a} \Rightarrow \log_{۲}^{۱۰} = ۱ + \frac{b}{a} \Rightarrow \frac{b}{a} = \log_{۲}^{۱۰} - ۱$

$(\sqrt{۲})^{\log_{۲}^{۱۰} - \log_{۲}^{۲}} \Rightarrow (۲)^{\frac{۱}{۲}\times \log_{۲}^{۵}} \Rightarrow ۲^{\log_{۴}^{۵}} \Rightarrow ۵^{\log_{۴}^{۲}} \Rightarrow (۵)^{\frac{۱}{۲}} = \sqrt{۵}$