دبیر: ایلمای — یازدهم دفتر A — شماره تکلیف: ۲۴ — ۱۴,۷۵

(۱ ۲

$f(x)=3^{Ax+B}$, $g(x):\ y=x^2$

$f(1)=3^{A+B}$, $g(1)=1^2=1 \xrightarrow{f(1)=g(1)} 3^{A+B}=1 \rightarrow A+B=0$

$f(3)=3^{3A+B}$, $g(3)=3^2 \xrightarrow{f(3)=g(3)} 3^{3A+B}=3^2 \rightarrow 3A+B=2$

$-A-B=0$

$\begin{cases} A+B=0 \\ 3A+\cancel{B}=2 \end{cases} \rightarrow$

$2A=2 \rightarrow A=1$, $B=-1 \rightarrow f(x)=3^{x-1} \xrightarrow{x=0} f(0)=3^{-1}=\frac{1}{3} \rightarrow (0,\frac{1}{3})$

(۲ ۴

$\log_2(4^x+15)=x+3 \Rightarrow 2^{x+3}=4^x+15 \rightarrow 2^x \times 8=4^x+15 \rightarrow$

$8\times 2^x=(2^x)^2+15 \rightarrow (2^x)^2-8\times 2^x+15=0 \xrightarrow{2^x=A} A^2-8A+15=0 \rightarrow$

$(A-3)(A-5)=0 \rightarrow \begin{cases} A=3 \rightarrow 2^x=3 \rightarrow x_1=\log_2 3 \\ A=5 \rightarrow 2^x=5 \rightarrow x_2=\log_2 5 \end{cases} \rightarrow x_1+x_2=\log_2 3+\log_2 5=\log_2 15$

(۳ ۳

$(\log_{21}3)^2+\log_{21}(147)+\log_{21}(1323)=(\log_{21}3)^2+\log_{21}(7^2\times 3)+\log_{21}(21^2\times 3)=$

$(\log_{21}3)^2+(\underbrace{\log_{21}(21\times 7)})\times(\log_{21}21^2+\log_{21}3) \stackrel{\star}{=}$

$\log_{21}(21\times 7)=\log_{21}21+\log_{21}7=1+\log_{21}\frac{21}{3}=\cancel{1+1}^{\,2}-\log_{21}3$

$\stackrel{\star}{=} (\log_{21}3)^2+(2-\log_{21}3)(2+\log_{21}3)=\cancel{(\log_{21}3)^2}+(4)-\cancel{(\log_{21}3)^2}=4$

(۴ ۴

$\log(x^2-2x+1)+3\log(1-x)=5 \rightarrow \log_3(-x)=?$

$\log(x-1)^2+\log(1-x)^3=5 \rightarrow \log_{10}(1-x)^5=5 \rightarrow (1-x)^5=10^5 \Rightarrow 1-x=10 \rightarrow x=-9$

$\log_3(-x)=\log_3 9=2$

(۵ ۱,۷۵

$\log_2(x^2+2x+4)+\log_2(x-2)=3 \rightarrow \log_{\sqrt[3]{2}}x=?$

$\log_2(x^2+2x+4)(x-2)=3 \rightarrow \log_2(x^3-8)=3 \rightarrow x^3-8=8 \rightarrow x^3=16 \rightarrow x=\sqrt[3]{16}=2\sqrt[3]{2}$

$\log_{\sqrt[3]{2}}x=\log_{\sqrt[3]{2}}2\sqrt[3]{2}=2$

$\log_{\sqrt[3]{2}}\sqrt[3]{16}=\frac{\frac{4}{3}}{\frac{1}{3}}\log_2 2=4$

۱۶

$\log(۲-x) - \log\frac{۱}{(x-۲)^۲} = ۳ \longrightarrow \log_{\sqrt{۲}}(-x) = ?$ $\quad D: ۲-x>۰ \to x<۰$

۲

$\log(۲-x) + \log(x-۲)^۲ = ۳ \Rightarrow \log(۲-x) + ۲\log|x-۲| = ۳ \xrightarrow{x<۲}$

$\log(۲-x) + ۲\log(۲-x) = ۳ \Rightarrow ۳\log(۲-x) = ۳ \Rightarrow \log(۲-x) = ۱ \to ۲-x = ۱۰ \to$

$x = -۸ \Rightarrow \log_{\sqrt{۲}}(-x) = \log_{\sqrt{۲}} ۸ = \log_{۲^{۱/۲}} ۲^۳ = \frac{۳}{۱/۲} = ۶$

۱۷

$۳^{x^۲-۲} = ۸۱^x \to \log_۶(x-۲) = ?$

۲

$۳^{x^۲-۲} = ۳^{۴x} \to x^۲-۴x-۲=۰ \to \Delta = ۲\sqrt{۶} \to \begin{cases} x_۱ = ۲+\sqrt{۶} \\ x_۲ = ۲-\sqrt{۶} < ۰ \text{ غ ق ق} \end{cases} \longrightarrow$

$\log_۶(x-۲) = \log_۶\sqrt{۶} = \frac{۱}{۲}$

۱۸

$\log_۳ ۲ = \frac{۵}{۸} \to \log_{۱۸} ۸ = ?$

$\log_{۱۸} ۸ = \frac{\log_۳ ۸}{\log_۳ ۱۸} = \frac{۳\log_۳ ۲}{\underbrace{\log_۳ ۲}_{\frac{۵}{۸}} + \cancel{\log_۳ ۹}_{(۲)}} = \frac{۳\times\frac{۵}{۸}}{\frac{۵}{۸}+۲} = \frac{\frac{۱۵}{۸}}{\frac{۲۱}{۸}} = \frac{۱۵}{۲۱} = \frac{۵}{۷}$ ۱

۱۹

$\log_۴ ۳ = ۰/۸ \longrightarrow \log_{۱۲} ۶ = ?$

۲

$\log_۴ ۳ = ۰/۸ \to \log_۲ ۳ = ۱/۶$ $\quad ; \log_۲ ۶ = \log_۲ (۳\times ۲) = \log_۲ ۲ + \log_۲ ۳ = ۱+۱/۶ = ۲/۶$

$\log_۶ ۲ = \frac{۱}{\log_۲ ۶} = \frac{۱۰}{۲۶} = \frac{۵}{۱۳} \to \log_۶ ۱۲ = \log_۶ ۲ + \log_۶ ۶ = ۱ + \frac{۵}{۱۳} = \frac{۱۸}{۱۳}$

$\log_{۱۲} ۶ = \frac{۱}{\log_۶ ۱۲} = \frac{۱۳}{۱۸}$

۲۰

$(\underbrace{a\log ۲}_{a})x^۲ + \underbrace{a}_{b}x + \underbrace{b\log ۲}_{c} = ۰ \longrightarrow (\sqrt{۲})^{\frac{b}{a}}$

$\log ۱۰$

۲

$\xrightarrow{x=-۱} a\log ۲ - a + b\log ۲ = ۰ \to a(\log ۲ - ۱) + b\log ۲ = ۰ \to$

$a\log\frac{۲}{۱۰} + b\log ۲ = ۰ \to a\log ۰/۲ + b\log ۲ = ۰ \to b\log ۲ = -a\log ۰/۲$

$b = \frac{-a\log ۰/۲}{\log ۲} \to b = -a\log_۲ ۰/۲ \to (\sqrt{۲})^{\frac{b}{a}} = (\sqrt{۲})^{\frac{-a\log_۲ ۰/۲}{a}} = (\sqrt{۲})^{\log_۲ (۰/۲)^{-۱}} =$

$(۰/۲)^{-۱\,\log_۲ \sqrt{۲}} = ۵^{\log_۲ ۲^{۱/۲}} = ۵^{۱/۲} = \sqrt{۵}$

Scanned with CamScanner