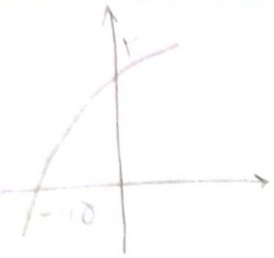
گروه ریاضی دهم — شماره کلاس ۲۵ — ۱۹٫۷۵ — نام: نیما رحیمی

۱)



$y = 1 - \log_c^{(ax-b)}$ $\qquad (-\frac{3}{2}, 0) \Rightarrow 0 = 1 - \log_{\frac{1}{2}}^{(-\frac{3}{2}a+2)}$

$1 = 1 - \log_c^{(-b)} \Rightarrow -1 = \log_c^{-b} \Rightarrow c^{-1} = -b$ $\qquad$ ۵ $\qquad \frac{1}{2} = -\frac{3}{2}a + 2$

$\frac{1}{c} = -b$ $\qquad -\frac{3}{2} = -\frac{3}{2}a$

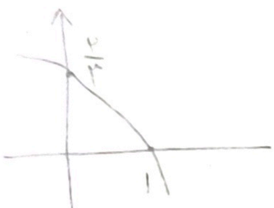
$b + c = -\frac{3}{2} \Rightarrow -\frac{1}{c} + c = -\frac{3}{2}$ $\qquad \boxed{c = +\frac{1}{2}} \rightarrow \boxed{b = -2} \; \boxed{a = 1}$

$-1 + c^2 = -\frac{3}{2}c \Rightarrow 2c^2 + 3c - 2 = 0 \Rightarrow c^2 + \frac{3}{2}c - 1 = 0 \quad (2c-1)(c+2) = 0 \rightarrow c = -2$ غق ✗

$(a \times c) \times b = \frac{1}{2} \times -2 = \boxed{-1}$

۲)

$f(x) = 1 + c \times 3^{a+bx} \xrightarrow{(1,0)} 0 = 1 + 3^a \times 3^b \times c \Rightarrow -1 = 3^{a} \times \cancel{c} \times 3^b \Rightarrow b = 1$



$\xrightarrow{(0, \frac{2}{3})} \frac{2}{3} = 1 + 3^a \times c \Rightarrow 3^a \times c = -\frac{1}{3}$ $\qquad$ ۵

$f(-1) = y = 1 + \cancel{c \times 3^a} \times 3^{-1} \Rightarrow y = 1 - \frac{1}{9} = \boxed{\frac{8}{9}}$

۳)

$f(x) = \log_4^{(|x^2-2|-x)}$ $\qquad \Delta = 1 - 4(1)(-1) = 5$

$|x^2 - 2| - x > 0 \Rightarrow |x^2-2| > x \rightarrow$ I: $x^2 - 2 > x \rightarrow x^2 - x - 2 > 0$ $\qquad$ ۵

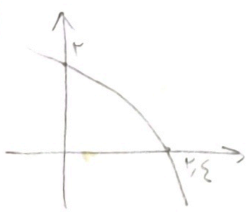
II: $x^2 - 2 < -x \rightarrow x^2 + x - 2 < 0$

I $\Rightarrow (x-2)(x+1) > 0 \Rightarrow (-\infty, -1) \cup (2, +\infty)$

II $\Rightarrow (x+2)(x-1) < 0 \Rightarrow (-2, 1)$ $\qquad \Rightarrow \mathbb{R} - [1, 2]$

۴)

$y = c + \log_5^{(ax+b)} \xrightarrow{(0,2)} 2 = c + \log_5^{b} \Rightarrow 5^{2-c} = b \Rightarrow \boxed{5^{-c} = \frac{b}{25}}$



$\xrightarrow{(2/4, 0)} 0 = c + \log_5^{2/4a+b} \Rightarrow 5^{-c} = 2/4a + b$ $\qquad$ ۵

$\boxed{-\frac{2}{5} = \frac{a}{b}} \Leftarrow -\frac{24}{25}b = \frac{24}{10}a \qquad \frac{b}{25} - b = \frac{24}{10}a \Leftarrow \frac{b}{25} = \frac{24}{10}a + b$

۵)

$f(x) = 2 + 2^{b-ax} \quad \frac{f^{-1}(10) = -1}{f(-1) = 10} \quad 10 = 2 + 2^{b+a} \Rightarrow b + a = 3$

$g(x) = -x^2 - 3x + 8 \xrightarrow{x=1} 4 = 2 + 2^{b-a} \Rightarrow 2 = 2^{b-a} \rightarrow b - a = 1$ $\qquad$ ۵

$\begin{cases} b + \cancel{a} = 3 \\ b - \cancel{a} = 1 \end{cases} \rightarrow 2b = 4 \rightarrow \boxed{\begin{matrix} b = 2 \\ a = 1 \end{matrix}} \qquad 4 - 1 = \boxed{3}$

(۶)

$f(x) = -۲ + \left(\frac{1}{۲}\right)^{Ax+B}$ $\quad x=1 \Rightarrow -۲ + \left(\frac{1}{۲}\right)^{A+B} = 1 \Rightarrow \left(\frac{1}{۲}\right)^{A+B} = ۳$

$y = x^۲ - x$ $\quad x=۲ \Rightarrow -۲ + \left(\frac{1}{۲}\right)^{۲A+B} = ۲ \Rightarrow \left(\frac{1}{۲}\right)^{۲A+B} = ۴$

$\begin{cases} A+B = -1 \\ ۲A+B = -۲ \end{cases}$ $\quad A=-1,\ B=۰ \Rightarrow f(۳) = -۲ + \left(\frac{1}{۲}\right)^{-1\times ۳} = -۲ + ۸ = \boxed{۶}$

(۷)

$1 - \frac{1}{۹} = \frac{۸}{۹}$ $\quad \log_{۲}^{۵} \to \log_{۵}^{۲} = \frac{1}{۲۳},\ \log_{۵}^{۳} = \frac{1}{۱۴} \Rightarrow \frac{\log_{۵}^{۳}}{\log_{۵}^{۲}} = \frac{\frac{1}{۱۴}}{\frac{1}{۲۳}} = \frac{۱۲}{۷}$

$\left(\frac{۸}{۹}\right)^t = \frac{1}{۴} \Rightarrow \log\left(\frac{۸}{۹}\right)^t = \log\frac{1}{۴} \Rightarrow t\log\frac{۸}{۹} = \log\frac{1}{۴} \Rightarrow t = \frac{\log\frac{1}{۴}}{\log\frac{۸}{۹}}$

$\log ۴^{-1} + \log ۲^{-1} = -1\log ۲ + \log ۳$ $\quad \frac{-(\log ۲ + \log ۳)}{۳\log ۲ - ۲\log ۳} \xrightarrow{\div \log ۲} \frac{-1 - \log_{۲}^{۳}}{۳ - ۲\log_{۲}^{۳}}$

$\log\frac{۸}{۹} = \log ۸ - \log ۹ = ۳\log ۲ - ۲\log ۳$ $\quad \frac{-1 - \frac{۱۲}{۷}}{۳ - \frac{۲۴}{۷}} = \frac{۱۹}{۳}$

$t = ۶۰ \times \frac{۱۹}{۳} = \boxed{۳۸۰\ \text{دقیقه}}$

(۸)

$1 - ۱۲,۵\% = 1 - \frac{۱۲۵}{۱۰۰۰} = \frac{۸۷۵}{۱۰۰۰}$

$\left(\frac{۸۷۵}{۱۰۰۰}\right)^t = \frac{1}{۷} \Rightarrow \left(\frac{۷\times \cancel{۱۲۵}}{\cancel{۱۲۵}\times ۸}\right)^t = \left(\frac{۷}{۸}\right)^t = \frac{1}{۷} \Rightarrow \log\left(\frac{۷}{۸}\right)^t = \log\frac{1}{۷}$

$t\log\frac{۷}{۸} = \log\frac{1}{۷} \Rightarrow t(\log ۷ - ۳\log ۲) = -\log ۷$

$t\log ۷ - ۳t\log ۲ = -\log ۷ \Rightarrow -۳t\log ۲ = -\log ۷ - t\log ۷$

$+۳t\log ۲ = +\log ۷(+1+t) \Rightarrow +۳t\left(\frac{۳}{۸}\right) = 1+t \Rightarrow \frac{۹}{۸}t = 1+t \Rightarrow \boxed{t = ۸}$

$۸ \times ۷ = \boxed{۵۶\ \text{روز}}$ $\quad \log_{۲}^{۷} = \frac{۳}{۸} \quad \log_{۴}^{۷} = \frac{۵}{۴} \quad \log_{۴}^{۲} = \frac{۵}{۸} \Rightarrow \boxed{\log_{۷}^{۲} = \frac{۳}{۸}}$

(۹)

$a_n = a_1 \times \left(\frac{۹۶}{۱۰۰}\right)^n \Rightarrow \cancel{a_1} \times \left(\frac{۹۶}{۱۰۰}\right)^n = \frac{1}{۳} \times \cancel{a_1}$

$\left(\frac{۲۴}{۲۵}\right)^n = \frac{1}{۳} \Rightarrow n\log\frac{۲۴}{۲۵} = \log\frac{1}{۳} \Rightarrow n(\log ۲۴ - \log ۲۵) = -\log ۳$

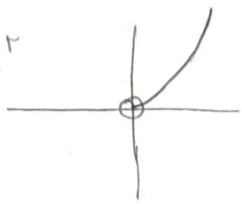
$n(\log ۳ + ۳\log ۲ - ۲\log ۵) = -۰,۴۸ \Rightarrow n(۰,۴۸ + ۳(۰,۳) - ۲(\log ۱۰ - \log ۲)) = -۰,۴۸$

$n(۰,۴۸ + ۰,۹ - ۲(1 - ۰,۳)) = -۰,۴۸ \Rightarrow n(\underbrace{\cancel{۰,۴۸ + ۰,۹ - ۱,۴}}_{-۰,۰۲}) = -۰,۴۸ \Rightarrow \boxed{n = ۲۴\ \text{روز}}$

(۱۰)

الف) $y = ۹^{\log_{۳}^{x}} \Rightarrow y = x^{\log_{۳}^{۹}} \Rightarrow y = x^۲$

$\Rightarrow x > ۰$



۱,۷۵

ب) $y = \log x^۲ \Rightarrow y = ۲\log x$ $\quad D = \mathbb{R} - \{۰\}$