نام و نام خانوادگی ..... کیمیا عباسی ..... پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ..... ۲۵ ..... کلاس ..... 11 A .....

۱

$I_{۲}^{۰} \Rightarrow 1-\log_c^{(-b)}=۲ \Rightarrow \log_c^{(-b)}=-1 \Rightarrow c^{-1}=-b \Rightarrow \frac{1}{c}=-b \Rightarrow bc=-1$ ①

و $b+c=-\frac{۳}{۲}$ ②

①,② $\Rightarrow \begin{cases} b+c=-\frac{۳}{۲} \\ bc=-1 \end{cases} \Rightarrow b-\frac{1}{b}=-\frac{۳}{۲} \Rightarrow b^۲+\frac{۳}{۲}b-1=۰ \Rightarrow b=-۲ \text{ یا } \frac{1}{۲}$

$c=\frac{1}{۲}$ و $b=-۲$ ← غ ق ق چون اگر $b<۰$ باشد $c>۰$ می‌شود و شرط شانیم را از بین آن بدست می‌آوریم

$I_{۰}^{-1,۵} \Rightarrow 1-\log_c^{(-\frac{۳}{۲}a-b)}=۰ \Rightarrow \log_{\frac{1}{۲}}^{(-\frac{۳}{۲}a+۲)}=1 \Rightarrow -\frac{۳}{۲}a+۲=\frac{1}{۲} \Rightarrow a=1$

$(a+c)b=(1+\frac{1}{۲})(-۲)=-۳$

۲

$f(۰)=\frac{۲}{۳} \Rightarrow 1+c\times۳^a=\frac{۲}{۳} \Rightarrow c\times۳^a=\frac{-1}{۳}$

$f(1)=۰ \Rightarrow 1+c\times۳^{a+b}=۰ \Rightarrow c\times۳^{a+b}=-1$

$\Rightarrow \frac{c\times۳^a\times۳^b}{c\times۳^a}=\frac{-1}{-\frac{1}{۳}}=۳ \Rightarrow ۳^b=۳ \Rightarrow b=1$

$f(-1)=1+c\times۳^{a-1}=1+c\times۳^a\times\frac{1}{۳} \xrightarrow{c\times۳^a=-\frac{1}{۳}} f(-1)=1-\frac{1}{۳}(+\frac{1}{۳})=1-\frac{1}{۹}=\frac{۸}{۹}$

۳

$I_{۲}^{۰} \Rightarrow c+\log_a^b=۲ \Rightarrow \log_a^b=۲-c \Rightarrow b=a^{۲-c}=a^۲\times a^{-c} \Rightarrow a^{-c}=\frac{b}{۲۵}$

$I_{۰}^{۲,۴} \Rightarrow c+\log_a^{(۲,۴a+b)}=۰ \Rightarrow \log_a^{(۲,۴a+b)}=-c \Rightarrow ۲,۴a+b=a^{-c} \Rightarrow \frac{۲۴}{۱۰}a+b=a^{-c}$

$\xrightarrow{a^{-c}=\frac{b}{۲۵}} ۲,۴a+b=\frac{b}{۲۵} \Rightarrow \frac{۲۴}{۱۰}a=\frac{-۲۴}{۲۵}b \Rightarrow ۲۵a=-۱۰b \Rightarrow \frac{a}{b}=\frac{-۱۰}{۲۵}=\frac{-۲}{۵}$

۴

$|x^۲-۲|>x \rightarrow x<۰$ ① به ازای تمام مقادیر x برقرار است

$x>۰ \Rightarrow |x^۲-۲|>x \rightarrow (x^۲-۲)^۲>x^۲ \Rightarrow (x^۲-۲)^۲-x>۰ \rightarrow \underbrace{(x^۲-x-۲)}_{(x+1)(x-۲)}\underbrace{(x^۲+x-۲)}_{(x-1)(x+۲)}>۰$

$\Rightarrow (x+۲)(x+1)(x-1)(x-۲)>۰ \Rightarrow$ (۲) $(-\infty,-۲)\cup(-1,1)\cup(۲,+\infty)$

$x=-۲$ غ ق ق ← عدد بیرون -۲ ← $x=-1$ عدد بیرون -1 ← $x=1$ ← $x=۲$

① $\cup$ ② $=(-\infty,1)\cup(۲,+\infty)$

۵

$g(1)=-1-۳+۸=۴ \Rightarrow /۴' \Rightarrow f(1)=۴ \Rightarrow ۲+۲^{b-a}=۴ \Rightarrow b-a=1$

$f^{-1}(۱,۱)=-1 \Rightarrow f(-1)=+۱۰ \Rightarrow f(-1)=۱۰ \Rightarrow ۲+۲^{b+a}=۱۰ \Rightarrow b+a=۳$

$\Rightarrow \begin{matrix} b=۲ \\ a=1 \end{matrix}$

$۲b-a=f-1=۳$

۶

$y = x^2 - x \to \begin{cases} x=1 \to y=0 \to A(1,0) \\ x=2 \to y=2 \to B(2,2) \end{cases}$

$f(x) = -2 + (2)^{-Ax-B} \to \begin{cases} 0 = -2 + 2^{-A-B} \Rightarrow 2 = 2^{-A-B} \Rightarrow -A-B=1 \\ 2 = -2 + 2^{-2A-B} \Rightarrow 4 = 2^{-2A-B} \Rightarrow -2A-B=2 \end{cases} \Rightarrow \begin{matrix} A=-1 \\ B=0 \end{matrix}$

$f(3) = -2 + \left(\frac{1}{2}\right)^{-3} = -2 + \left(\frac{1}{2}\right)^{-3} = -2 + 8 = 6$

۷

$f(b) = \frac{A}{\text{جزء}}\left(\frac{8}{9}\right)^b = \frac{1}{4}A \xrightarrow{\log_5} \log_5^{\left(\frac{8}{9}\right)^b} = \log_5^{4^{-1}} \Rightarrow b\log_5^{\frac{8}{9}} = -\log_5^4$

$\log_5^{\frac{8}{9}} = \log_5^8 - \log_5^9 = 3\log_5^2 - 2\log_5^3 = \left(3\times\frac{1}{14}\right) - 2\left(\frac{1}{14}\right) = \frac{3}{14} - \frac{1}{7} = \frac{1}{28}$

$\log_5^4 = \log_5^2 + \log_5^3 = \frac{1}{14} + \frac{1}{7} = \frac{3}{14}$

$\Rightarrow b\left(\frac{1}{28}\right) = \frac{-3}{14} \Rightarrow b = \frac{19}{3}$ سی‌سی $\Rightarrow \frac{19}{3}\times 45 = 19\times 20 = 380$ min

۸

جزء باقیمانده $= \left(1-\frac{1}{8}\right)^{\frac{4}{9}} \times M = \left(\frac{7}{8}\right)^{\frac{4}{9}} \times M$ و $\left(\frac{7}{8}\right)^{\frac{4}{9}} M = \frac{1}{2} M \Rightarrow \left(\frac{7}{8}\right)^{\frac{4}{9}} = \frac{1}{2}$

$\xrightarrow{3\log} \log_3^{\left(\frac{7}{8}\right)^{\frac{4}{9}}} = \log_3^{\frac{1}{2}} \Rightarrow \frac{4}{9}\log_3^{\frac{7}{8}} = -\log_3^2 \Rightarrow \frac{4}{9}\left(\log_3^7 - \log_3^8\right) = -\log_3^2$

$\left(\log_3^8 = \frac{1}{\log_2^3} = \frac{1}{\frac{1}{2}\log_2^3} = \frac{15}{7} \to \log_3^8 = \frac{15}{7}\right) \Rightarrow \frac{4}{7}\left(\log_3^7 - \frac{15}{7}\right) = -\log_3^2$

$\Rightarrow \frac{4}{7}\left(\log_3^7 - \frac{15}{7}\right) = -\log_3^2 \Rightarrow t = 56$ روز

۹

اگر هر روز $\frac{24}{25}$ لیتر از آن را به دریا تخلیه می‌کنیم و بعد از n روز محلول آن $\left(\frac{24}{25}\right)^n$ برابر می‌شود که باید با $\frac{1}{3}$ برابر برگزاریم:

$\left(\frac{24}{25}\right)^n = \frac{1}{3} \Rightarrow \left(\frac{25}{24}\right)^n = 3 \xrightarrow{\log} \log\left(\frac{25}{24}\right)^n = \log 3 \Rightarrow n\log\frac{25}{24} = \log 3$

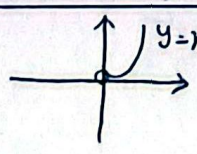
$\Rightarrow n(\log 25 - \log 24) = \log 3 \Rightarrow n(\log 5^2 - \log(3\times 8)) = \log 3 \Rightarrow n(2\log_5 - (3\log 2 + \log 3)) = \log 3$

$\Rightarrow n(2\times 0/7 - (3\times 0/3 + 0/48)) = 0/48 \Rightarrow n(1/4 - 1/38) = 0/48 \Rightarrow n\times 0/12 = 0/48 \Rightarrow n = 24$

۱۰

الف)

$y = x^{\log_3^9} = x^2$ و $x > 0 \Rightarrow$



ب)

$y = \underbrace{\log x^2}_{2\log|x|} \Rightarrow x^2 > 0 \Rightarrow x \neq 0 \Rightarrow D_f = R - \{0\}$