۱) $f(x)=\log_c^{(-b)}(-x+1)$

$\frac{2}{3}=\frac{1}{c}\Rightarrow c=\frac{3}{2}$ $\Rightarrow f(-2)=\log_{\frac{3}{2}}^{(-b)}(3)=-b$

$\Rightarrow -b=\frac{1}{2}\Rightarrow b=-\frac{1}{2}$

$f(x)=\log_{\frac{3}{2}}^{(-\frac{1}{2})}(-x+1)$

$f(a)=-1\Rightarrow \log_{\frac{3}{2}}^{(-\frac{1}{2})}(-a+1)=-1\Rightarrow -a+1=\left(\frac{3}{2}\right)^{-\frac{1}{2}}=\sqrt{\frac{2}{3}}$

$\Rightarrow a=1-\sqrt{\frac{2}{3}}$ ✓

۲) $f(x)=\frac{1}{x^2}+1+cx^{-1}x^a$

$f(-1)=0\Rightarrow 1-1+c(-1)^a=0\Rightarrow c=1$

$f(-2)=\frac{1}{4}-\frac{1}{2}+1=\frac{3}{4}$

$f(x)=x^{-2}+x^{-1}+x^a$

$f(2)=\frac{1}{4}+\frac{1}{2}+2^a=\frac{3}{4}\Rightarrow 2^a=-\frac{1}{2}$ ✗

۳) $f(x)=x^{-2}+x^{-1}+x^a$

$f(2)=\frac{1}{4}+\frac{1}{2}+2^a=\frac{3}{4}\Rightarrow 2^a=-\frac{1}{2}$ ✗

۴) $f(x)=x^{-2}+x^{-1}+x^a$

$f(-1)=1-1-1=-1$ ✓

۵) $f(x)=x^{-2}+x^{-1}+x^a$

$f(-1)=1-1-1=-1$ ✓

۶) $f(x)=x^{-2}+x^{-1}+x^a$

$f(-1)=1-1-1=-1$ ✓

۷) $f(x)=x^{-2}+x^{-1}+x^a$

$f(-1)=1-1-1=-1$ ✓

۸) $f(x)=x^{-2}+x^{-1}+x^a$

$f(-1)=1-1-1=-1$ ✓

۹) $f(x)=x^{-2}+x^{-1}+x^a$

$f(-1)=1-1-1=-1$ ✓

۱۰) $f(x)=x^{-2}+x^{-1}+x^a$

$f(-1)=1-1-1=-1$ ✓

۶) $A+B=-1$, $A-B=1$ ⇒ $A=0$, $B=-1$

$\frac{1}{x^2-1}=\frac{A}{x-1}+\frac{B}{x+1}$ ⇒ $1=A(x+1)+B(x-1)$

$x=1$ ⇒ $1=2A$ ⇒ $A=\frac{1}{2}$

$x=-1$ ⇒ $1=-2B$ ⇒ $B=-\frac{1}{2}$

$\int \frac{dx}{x^2-1}=\frac{1}{2}\ln|x-1|-\frac{1}{2}\ln|x+1|+C$

$=\frac{1}{2}\ln\left|\frac{x-1}{x+1}\right|+C$

$\int_2^3 \frac{dx}{x^2-1}=\frac{1}{2}\ln\frac{2}{4}-\frac{1}{2}\ln\frac{1}{3}=\frac{1}{2}\ln\frac{3}{2}$

۷) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^3 x\cos^2 x\,dx=\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x(1-\cos^2 x)\cos^2 x\,dx$

$=\int_0^{\frac{\pi}{2}} (\cos^2 x-\cos^4 x)\sin x\,dx$

$=-\frac{\cos^3 x}{3}+\frac{\cos^5 x}{5}\Big|_0^{\frac{\pi}{2}}=\frac{1}{3}-\frac{1}{5}=\frac{2}{15}$

۸) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^2 x\cos^2 x\,dx=\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{1-\cos 2x}{2}\cdot\frac{1+\cos 2x}{2}\,dx$

$=\frac{1}{4}\int_0^{\frac{\pi}{2}} (1-\cos^2 2x)\,dx=\frac{1}{4}\int_0^{\frac{\pi}{2}} \left(1-\frac{1+\cos 4x}{2}\right)dx$

$=\frac{1}{4}\int_0^{\frac{\pi}{2}} \left(\frac{1}{2}-\frac{\cos 4x}{2}\right)dx=\frac{1}{4}\left(\frac{x}{2}-\frac{\sin 4x}{8}\right)\Big|_0^{\frac{\pi}{2}}=\frac{\pi}{16}$

۹) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^4 x\,dx=\int_0^{\frac{\pi}{2}} \left(\frac{1-\cos 2x}{2}\right)^2 dx$

$=\frac{1}{4}\int_0^{\frac{\pi}{2}} (1-2\cos 2x+\cos^2 2x)\,dx$

$=\frac{1}{4}\int_0^{\frac{\pi}{2}} \left(1-2\cos 2x+\frac{1+\cos 4x}{2}\right)dx$

$=\frac{1}{4}\int_0^{\frac{\pi}{2}} \left(\frac{3}{2}-2\cos 2x+\frac{\cos 4x}{2}\right)dx$

$=\frac{1}{4}\left(\frac{3x}{2}-\sin 2x+\frac{\sin 4x}{8}\right)\Big|_0^{\frac{\pi}{2}}=\frac{3\pi}{16}$

۱۰) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^5 x\,dx=\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x(1-\cos^2 x)^2\,dx$

$=\int_0^{\frac{\pi}{2}} (1-2\cos^2 x+\cos^4 x)\sin x\,dx$

$=\left(-\cos x+\frac{2\cos^3 x}{3}-\frac{\cos^5 x}{5}\right)\Big|_0^{\frac{\pi}{2}}=\frac{8}{15}$