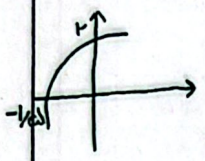
۱۹,۷۵

نام و نام خانوادگی ..... پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ۲۵ کلاس A .....

۱



$y = 1 - \log_c^{(ax-b)}$ → $1 - \log_c^{-b} = 2$ → $\log_c^{-b} = -1$ → $\frac{1}{c} = -b$

$\log_{\frac{1}{2}}^{-\frac{1}{2}a+2} = 1$ → $\frac{1}{2} = -\frac{1}{2}a + 2$ → $a = 1$

$b + c = -\frac{3}{2}$

$(a+c)b = (1 + \frac{1}{2}) \times -2 = -3$ ← جواب

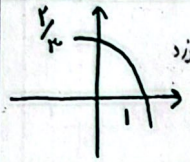
گزینه ۳

$\Rightarrow b + c = -\frac{3}{2} \Rightarrow -\frac{1}{c} + c = -\frac{3}{2} \Rightarrow -1 + c^2 = -\frac{3}{2}c \Rightarrow c^2 + \frac{3}{2}c - 1 = 0$

$\Rightarrow (c+2)(c-1) = 0 \rightarrow c = -2$ غ ق ق

$\rightarrow c = +\frac{1}{2}$ ✓ ق ق $\Rightarrow -b = \frac{1}{\frac{1}{2}} \Rightarrow b = -2$

۲



از نقاط $(0,1)$ و $(0,\frac{2}{3})$ می‌گذرد

$F(0) = 1 + c \times 3^{a} = \frac{2}{3} \Rightarrow c \times 3^{a} = -\frac{1}{3}$

$F(1) = 1 + c \times 3^{a+b} = 0 \Rightarrow 1 + c \times 3^{a} \times 3^{b} = 0$

$c \times 3^{a} = -\frac{1}{3}$

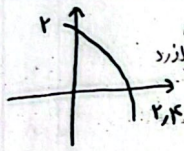
$\Rightarrow 1 + (-\frac{1}{3}) \times 3^{b} = 0 \Rightarrow 3^{b} = 3 \Rightarrow b = 1$

گزینه ۲

$F(x) = 1 + c \times 3^{ax+bx}$

$F(-1) = ? \Rightarrow 1 + c \times 3^{a-1} = 1 + \underbrace{c \times 3^{a}}_{-\frac{1}{3}} \times 3^{-1} = 1 + (-\frac{1}{3}) \times 3^{-1} = 1 + (-\frac{1}{3}) \times \frac{1}{3} = 1 - \frac{1}{9} = \frac{8}{9}$

۳



از نقاط $(0,2)$ و $(2,4 \cdot 0)$ می‌گذرد

$2 = c + \log_a^{b}$

$0 = c + \log_a^{(2,4a+b)}$

$\Rightarrow \log_a^{(2,4a+b)} - \log_a^{b} = -2$

گزینه ۲

$y = c + \log_a^{(ax+b)}$

$\hookrightarrow \log_a \frac{2,4a+b}{b} = -2 \Rightarrow \frac{2,4a+b}{b} = a^{-2}$

$\frac{2,4a+b}{b} \cdot \frac{1}{2a} \Rightarrow \frac{2,4a}{b} + 1 = \frac{1}{2a} \Rightarrow \frac{24}{10} \times \frac{a}{b} = -\frac{24}{2a} \Rightarrow \frac{a}{b} = -\frac{2}{5}$

$\frac{a}{b} = ?$ $(-\frac{2}{5})$

۴

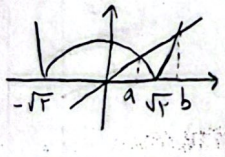
$F(x) = \log_4^{(|x^2-2|-x)}$

$|x^2-2| - x > 0 \Rightarrow |x^2-2| > x$

$x^2 - 2 = x \Rightarrow x^2 - x - 2 = 0$ → $x = -1$ → $x = 2 \Rightarrow b = 2$

$-x^2 + 2 = x \Rightarrow x^2 + x - 2 = 0$ → $x = 1 \Rightarrow a = 1$ → $x = -2$

گزینه ۲



$\Rightarrow (-\infty, a) \cup (b, +\infty)$

$a \Rightarrow 0 < a < \sqrt{2}$; $b \geq \sqrt{2}$

$\hookrightarrow (-\infty, 1) \cup (2, +\infty)$

۵

$F(x) = 2 + 2^{b-ax}$

$g(x) = -x^2 - 2x + 8$

$F^{-1}(10) = -1 \Rightarrow F(-1) = 10 \Rightarrow 2 + 2^{b+a} = 10 \Rightarrow 2^{b+a} = 8 \Rightarrow b + a = 3$

$2b - a = ?$

$\Rightarrow F(1) = g(1) \Rightarrow 2 + 2^{b-a} = -1 - 2 + 8 \Rightarrow 2^{b-a} = 4$

$\Rightarrow 2^{b-a} = 2^2 \Rightarrow b - a = 1$

$\Rightarrow \begin{cases} b - a = 1 \\ b + a = 3 \end{cases} \Rightarrow 2b = 4 \rightarrow b = 2$, $a = 1$

$\hookrightarrow 2(2) - 1 = 3$

گزینه ۲

۶

$F(x) = -۲ + (\frac{۱}{۲})^{Ax+B}$ $\Rightarrow F(۳) = -۲ + (\frac{۱}{۲})^{-۳} = -۲ + ۸ = ۶$

$y = x^۲ - x$ $\Rightarrow y = x^۲ - x \xrightarrow{x=۱} y = ۰ \rightarrow A(۱,۰)$

$F(۳) = ?$ $y = x^۲ - x \xrightarrow{x=۲} y = ۲ \rightarrow B(۲,۲)$

$\Rightarrow \begin{cases} -۲ + (\frac{۱}{۲})^{A+B} = ۰ \rightarrow (\frac{۱}{۲})^{A+B} = ۲ \Rightarrow A+B = -۱ \\ -۲ + (\frac{۱}{۲})^{۲A+B} = ۲ \rightarrow (\frac{۱}{۲})^{۲A+B} = ۴ \Rightarrow ۲A+B = -۲ \end{cases} \Rightarrow A = -۱ \; , \; B = ۰$

۷

$m(t) = m_۰ (\frac{۸}{۹})^{\frac{t}{۱}} = \frac{۱}{۶} m_۰ = m_۰ (\frac{۸}{۹})^{t} \Rightarrow (\frac{۸}{۹})^{t} = \frac{۱}{۶}$ $\Rightarrow \frac{۱۹}{۲} \times ۴۰ = ۳۸۰ \min$

$\Rightarrow \log_{\frac{۳}{۲}} (\frac{۸}{۹})^{t} = \log_{\frac{۳}{۲}} \frac{۱}{۶} \Rightarrow t \log_{\frac{۳}{۲}} (\frac{۸}{۹}) = -\log_{\frac{۳}{۲}} ۶$

$\log_{\frac{۳}{۲}} ۶ = \frac{۱۲}{۱۰} = \frac{۶}{۵} \rightarrow \log_{\frac{۳}{۲}} ۲ = \frac{۵}{۱۲}$ $\Rightarrow t \log_{\frac{۳}{۲}} (\frac{۸}{۹}) = -\log_{\frac{۳}{۲}} ۶ \rightarrow t(\log_{\frac{۳}{۲}} ۸ - \log_{\frac{۳}{۲}} ۹) = -(\log_{\frac{۳}{۲}} ۲ + \log_{\frac{۳}{۲}} ۳)$

$\log_{۶} ۲ = \frac{۱۲}{۱۰} = \frac{۶}{۵} \rightarrow \log_{\frac{۳}{۲}} ۲ = \frac{۵}{۱۲}$ $\hookrightarrow t(۳ \times \frac{۵}{۱۲} - ۲ \times \frac{۵}{۷}) = -(\frac{۵}{۱۲} + \frac{۵}{۷}) \Rightarrow t(\frac{۲۱-۱۰}{۲۸}) = -(\frac{۷+۱۰}{۸۴}) \Rightarrow -۱۷t = -۱۷ \Rightarrow t = ۱$

۸

$m(t) = m_۰ (\frac{۷}{۸})^{\frac{t}{۷}} \Rightarrow \frac{۱}{۷} m_۰ \Rightarrow m_۰ (\frac{۷}{۸})^{\frac{t}{۷}} = (\frac{۷}{۸})^{\frac{t}{۷}} = \frac{۱}{۷}$

$\log_{۳}^{۲} (\frac{۷}{۸})^{\frac{t}{۷}} = \log_{۳}^{۲} (\frac{۱}{۷}) = \frac{t}{۷} \log_{۳}^{۲} (\frac{۷}{۸}) = \log_{۳}^{۲} (\frac{۱}{۷}) \Rightarrow \frac{t}{۷} (\log_{۳}^{۲} ۷ - \log_{۳}^{۲} ۸) = -\log_{۳}^{۲} ۷$

$\log_{۷}^{۳} = ۰,۶ \rightarrow \log_{۳}^{۷} = \frac{۵}{۳}$

$\log_{۳}^{۲} = ۱,۶ \rightarrow \log_{۳}^{۲} = \frac{۵}{۳}$ $\Rightarrow \frac{t}{۷} (\log_{۳}^{۷} - ۳ \log_{۳}^{۲}) = -\log_{۳}^{۷} \Rightarrow \frac{t}{۷} (\frac{۵}{۳} - ۳ \times \frac{۵}{۷}) = -\frac{۵}{۳}$

$\Rightarrow \frac{t}{۷} (\frac{۳۵ - ۴۵}{۲۱}) = -\frac{۵}{۳} \Rightarrow \frac{t}{۷} (-\frac{۱۰}{۲۱}) = -\frac{۵}{۳} \Rightarrow \frac{۵t}{۱۴۷} = ۱ \rightarrow t = ۲۹$

۹

$F(t) = A(\frac{۹۶}{۱۰۰})^{t} = \frac{A}{۴}$ $\Rightarrow A(\frac{۹۶}{۱۰۰})^{t} = (\frac{۹۶}{۱۰۰})^{t} = \frac{۱}{۴}$

$\Rightarrow \log(\frac{۹۶}{۱۰۰})^{t} = \log \frac{۱}{۴} \Rightarrow t(\log ۹۶ - \log ۱۰۰) = -\log ۴$ $۹۶ = ۲^۵ \times ۳$ $\Rightarrow t(\log ۲^۵ + \log ۳ - ۲) = -\log ۴$

$\Rightarrow t(۵(۰,۳) + ۰,۴۷۷ - ۲) = -۰,۶۰۲$

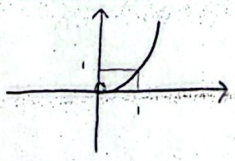
$\Rightarrow t(۱,۵ + ۰,۴۸ - ۲) = -۰,۶۰۲ \Rightarrow -۰,۰۲t = -۰,۶۰۲ \Rightarrow t = ۳۰$

۱۰

الف) $y = ۶^{\log_{۳}^{۲} x}$

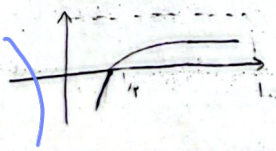
$\log_{۳}^{۲} x = t \Rightarrow x = ۳^{t}$

$dom = (۰, +\infty)$



ب) $y = \log_{۲}^{۲} x$

$y = ۲ \log x$



$۱,۷۵$

$D = \mathbb{R} - \{۰\}$