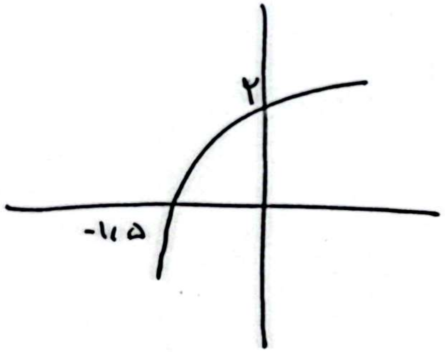


-۱

① $b+c=\frac{-۳}{۲}$

$x=-۱٫۵ \rightarrow y=۰ \rightarrow ۰=۱-\log_c(-۱٫۵a-b) \rightarrow \log_c(-۱٫۵a-b)=۱ \rightarrow$

② $c=-۱٫۵a-b$

$x=۰ \rightarrow y=۲ \rightarrow ۱-\log_c(-b)=۲ \rightarrow \log_c(-b)=-۱ \rightarrow$ ③ $-b=\frac{۱}{c}, b=-\frac{۱}{c}$

①,③ $\rightarrow b+c=\frac{-۳}{۲} \rightarrow c-\frac{۱}{c}=\frac{-۳}{۲} \xrightarrow{\times ۲c} ۲c^۲-۲+۳c=۰ \rightarrow$

$۲c^۲+۳c-۲=۰ \xrightarrow{ac} c^۲+۳c-۴=۰ \xrightarrow{\text{جمع ضرایب}=۰} c=۱$

$c=-۴ \xrightarrow{\div ۲} c=\frac{۱}{۲}, -۲$

c نمی‌تواند منفی باشد چون پایه log است.

$c=\frac{۱}{۲} \rightarrow b=-\frac{۱}{c} \rightarrow b=-۲$

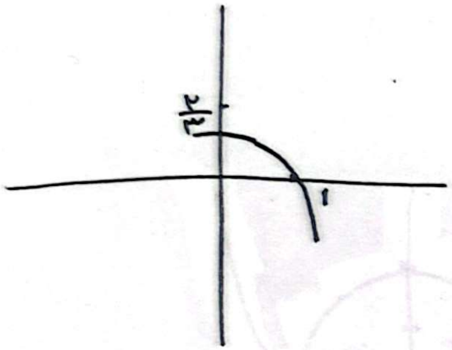
② $\rightarrow c=-۱٫۵a-b \rightarrow \frac{۱}{۲}=-۱٫۵a+۲ \rightarrow ۱٫۵a=۱٫۵ \rightarrow a=۱$

$(a+c)b=(۱+\frac{۱}{۲})(-۲)=-۲-۱=\boxed{-۳}$

پریا_امینی

-۲

$$f(x)=۱+c\times ۳^{a+bx}$$



$$x=۰ \longrightarrow f(x)=\frac{۲}{۳} \Longrightarrow ۱+c\times ۳^{a+b(۰)}=\frac{۲}{۳} \longrightarrow ۱+c\times ۳^{a}=\frac{۲}{۳}$$

$$c\times ۳^{a}=\frac{-۱}{۳} \longrightarrow ۳^{a}=\frac{-۱}{۳c}$$

$$x=۱ \longrightarrow f(x)=۰ \Longrightarrow ۱+c\times ۳^{a+b}=۰ \longrightarrow c\times ۳^{a}\times ۳^{b}=-۱ \longrightarrow \underbrace{c\times\frac{-۱}{۳c}}_{\frac{-۱}{۳}}\times ۳^{b}=-۱$$

$$۳^{b}=\frac{\frac{-۱}{۱}}{\frac{-۱}{۳}}=۳ \longrightarrow b=۱$$

$$f(-۱)=۱+c\times ۳^{a-b}=۱+c\times ۳^{a-۱}=۱+c\times\frac{۳^{a}}{۳} \xrightarrow{۳^{a}=\frac{-۱}{۳c}} ۱+c\times\frac{\frac{-۱}{۳c}}{\frac{۳}{۱}}=$$

$$۱+\cancel{c}\times\frac{-۱}{۹\cancel{c}} \longrightarrow ۱+\left(\frac{-۱}{۹}\right)=\frac{۹}{۹}-\frac{۱}{۹}=\frac{۸}{۹}$$

- ۳

$$y = c + \log_{۵}(ax+b)$$

$$x = ۲٫۴ ,\ y = ۰ \longrightarrow c + \log_{۵}^{\ ۲٫۴a+b} = ۰ \longrightarrow \log_{۵}^{\ ۲٫۴a+b} = -c \longrightarrow ۵^{-c} = ۲٫۴a+b \longrightarrow \frac{1}{۵^{c}} = ۲٫۴a+b$$

$$x = ۰ ,\ y = ۲ \longrightarrow c + \log_{۵}^{\ b} = ۲ \longrightarrow \log_{۵}^{\ b} = ۲ - c \longrightarrow ۵^{(۲-c)} = b \longrightarrow \frac{۲۵}{۵^{c}} = b \longrightarrow ۵^{c} = \frac{۲۵}{b}$$

$$\frac{1}{۵^{c}} = ۲٫۴a+b \xrightarrow{\ ۵^{c} = \frac{۲۵}{b}\ } \frac{1}{\frac{۲۵}{b}} = ۲٫۴a+b \longrightarrow \frac{b}{۲۵} = ۲٫۴a + \frac{۲۵b}{۲۵} \longrightarrow \frac{-۲۴b}{۲۵} = ۲٫۴a \longrightarrow$$

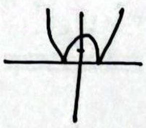
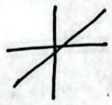
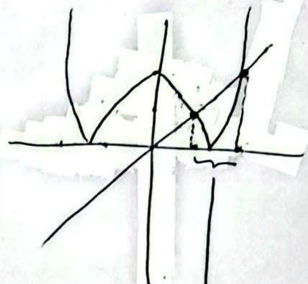
$$-۲۴b = ۶۰a \longrightarrow \frac{a}{b} = \frac{-۲۴}{۶۰} = -۰٫۴$$

Scanned with CamScanner

۴- پریا احسنی

$\log_4 |x^2-2|-x \to |x^2-2|-x>0$

$|x^2-2|>x$

$|x^2-2| \to$  $x \to$  $\}$ 

جزء جواب نیست زیرا نمودار x بالاتر از نمودار $|x^2-2|$ است.

نقاط برخورد $\to |x^2-2|=x$

شرط $\to x\geq 0 \begin{cases} x^2-2=x \to x^2-x-2=0 \begin{cases} x=-1 \times \\ x=2 \end{cases} \\ x^2-2=-x \to x^2+x-2 \begin{cases} x=1 \\ x=-2 \times \end{cases} \end{cases} \Big\} \; x=1 \;,\; x=2$

$D_{f(x)} = \mathbb{R}-[1,2] = (-\infty,1)\cup(2,+\infty)$

۵-

$f(x)=2+2^{b-ax} \;,\; g(x)=-x^2-3x+8$

$\xrightarrow{x=1} f(1)=g(1) \to 2+2^{b-a} = \underbrace{-1-3+8}_{4} \to 2^{b-a}=2 \to b-a=1 \to b=a+1$

$f^{-1}(10)=-1 \to f(-1)=10 \to 2+2^{b+a}=10 \to 2^{a+b}=8 \to a+b=3$

$\Big\} \; a+(a+1)=3 \to 2a+1=3$

$2a=2$

$a=1$

$b=2$

$2b-a = 2(2)-1 = 4-1 = \boxed{3}$

۶-

$f(x)=-2+\left(\frac{1}{2}\right)^{Ax+B} \;,\; y=x^2-x$

$x=1 \to f(x)=y \to -2+\left(\frac{1}{2}\right)^{A+B} = 0 \to \left(\frac{1}{2}\right)^{A+B}=2 \to 2^{-A-B}=2 \to -A-B=1 \to -A+2A+2=1 \to A=-1 \to B=0$

$x=2 \to f(x)=y \to -2+\left(\frac{1}{2}\right)^{2A+B}=2 \to \left(\frac{1}{2}\right)^{2A+B}=4 \to 2^{-2A-B}=2^2 \to -2A-B=2 \to B=-2A-2$

$f(x) = -2+\left(\frac{1}{2}\right)^{-x} \to f(3) = -2+\left(\frac{1}{2}\right)^{-3} = -2+2^3 = 8-2 = \boxed{6}$

$T=۶۰\,min$ — ۷

$$x_۲=\frac{۱}{۶}x_۱ \rightarrow \frac{۱}{۶}\cancel{x_۱}=\cancel{x_۱}\left(\frac{۸}{۹}\right)^{\frac{t}{۶۰}} \rightarrow \left(\frac{۸}{۹}\right)^{\frac{t}{۶۰}}=\frac{۱}{۶}=۶^{-۱}$$

$$\log_{\frac{۸}{۹}} ۶^{-۱}=\frac{t}{۶۰} \rightarrow -\log_{\frac{۸}{۹}} ۶=\frac{t}{۶۰}=\frac{+۱۹}{۳} \rightarrow \cancel{۳}t=\overset{۲۰}{\cancel{۶۰}}\times ۱۹ \rightarrow \boxed{t=۳۸۰\,min}$$

$$\log_{\frac{۸}{۹}} ۶=\frac{\log_۵ ۶}{\log_۵ \frac{۸}{۹}}=\frac{\frac{۳۸۰}{۳۳۶}}{\frac{-۶۰}{۳۳۶}}=\frac{۱۹}{-۳}$$

$$\frac{۱}{\log_۲ ۵}=\frac{۱۰}{۲۴}$$

$$\log_۵ ۶=\log_۵ ۲+\log_۵ ۳ \rightarrow \frac{۱}{\log_۳ ۵}=\frac{۱۰}{۱۴} \rightarrow =\frac{۳۸۰}{۳۳۶}$$

$$\frac{۲۰}{۱۴}$$

$$\log_۵ \frac{۸}{۹}=\log_۵ ۸-\log_۵ ۹=۳\log_۵ ۲-۲\log_۵ ۳=\frac{-۶۰}{۳۳۶}$$

$$\frac{۳۰}{۲۴}$$

Scanned with CamScanner

۸ -

$A_۲ = \frac{۱}{۷} A_۱$

$\cancel{A_۱}\left(\frac{۷}{۸}\right)^t = \frac{۱}{۷}\cancel{A_۱} \xrightarrow{\text{طرفین وسطین}} ۷^t \times ۷ = ۸^t \times ۱ \Rightarrow ۷^{t+۱} = ۲^{۳t} \xrightarrow{\log_۳}$

$\log_۳ ۷^{t+۱} = \log_۳ ۲^{۳t} \Rightarrow (t+۱)\log_۳ ۷ = ۳t \log_۳ ۲ \Rightarrow \frac{۱۰}{۶}(t+۱) = \frac{۱۰}{۱۶} \times ۳t$

$\log_۲ ۳ = ۱/۶ \to \log_۳ ۲ = \frac{۱۰}{۱۶}$

$\log_۷ ۳ = ۰/۶ \to \log_۳ ۷ = \frac{۱۰}{۶}$

$\frac{۱۰}{۶}t + \frac{۱۰}{۶} = \frac{۳۰}{۱۶}t \to \frac{۱۰}{۶} = \frac{۱۸۰t - ۱۶۰t}{۹۶}$

$\frac{۱۰}{۶} = \frac{۲۰t}{۹۶} \to ۱۲t = ۹۶ \to \boxed{t = ۸ \text{ روز}}$

۹-

$t=۱$ روز

$$M_۲ = ۰٫۹۶ M_۱$$

$$A_۲ = \frac{۱}{۳} A_۱ \to \cancel{A_۱}(۰٫۹۶)^t = \frac{۱}{۳}\cancel{A_۱}$$

$$\log_{۰٫۹۶} \frac{۱}{۳} = t \to \log_{\frac{۱}{۳}} ۰٫۹۶ = \frac{۱}{t} = \frac{۱}{۲۴} \to \boxed{t = ۲۴}$$

$$\log_3 ۲ = \frac{\log ۲}{\log ۳} = \frac{۰٫۳}{۰٫۴۸}$$

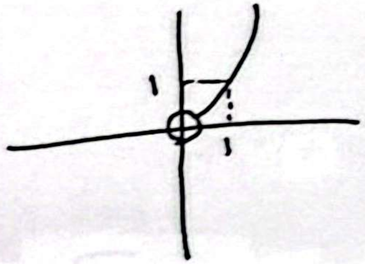
$$\log_{\frac{۱}{۳}} ۰٫۹۶ = \underbrace{\log_{\frac{۱}{۳}} ۳}_{-۱} + \underbrace{\log_{۳^{-۱}} ۲^۵}_{\frac{-۱٫۵}{۰٫۴۸}} + \underbrace{\log_{۳^{-۱}} ۱۰^{-۲}}_{\frac{۲}{۰٫۴۸}} = \frac{۰٫۵}{۰٫۴۸} - \frac{۰٫۴۸}{۰٫۴۸} = \frac{۰٫۰۲}{۰٫۴۸} = \frac{۱}{۲۴}$$

۱۰ - پریا احسنی

الف) $y = 9^{\log_3 x} \xrightarrow{x>0} y = x^{\log_3 9} \to y = x^2$ ($\log_3 9 \to 2$)

$D = x > 0$

$R = x > 0$



ب) $y = \log_{10} x^2 \to \log_{10} x^2 = 2\log_{10} x$

$D \Rightarrow x^2 > 0 \to D = \mathbb{R} - \{0\}$

$R = \mathbb{R}$

x	$\sqrt{10}$	10	$-\sqrt{10}$	-10	1	-1	$\frac{1}{10}$	$-\frac{1}{10}$
y	1	2	1	2	0	0	-1	-1