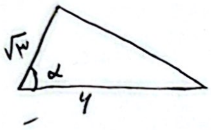
نام و نام خانوادگی .نازنین مرتضوی. .... پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ..۲۷.. کلاس ......۱۱A......

۲۰

۱

$S=\frac{۱}{۲}\times ۶\times\sqrt{۳}\times\sin\alpha=۴/۵ \Rightarrow \sin\alpha=\frac{۴/۵\times ۲}{۶\sqrt{۳}}=\frac{\sqrt{۳}}{۲}$



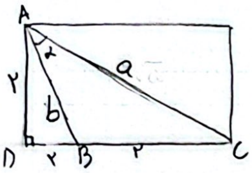
$\sin\alpha=\frac{\sqrt{۳}}{۲}\Rightarrow \alpha_۱=\frac{۲\pi}{۳}$ و $\alpha_۲=\frac{\pi}{۳}\Rightarrow\frac{\alpha_۱}{\alpha_۲}=\frac{\frac{۲\pi}{۳}}{\frac{\pi}{۳}}=\boxed{۲}$

۴

۲

$b=۲\sqrt{۲}\ ,\ a=۲\sqrt{۵}$

مساحت مثلث ADC $=\frac{۱}{۲}\times ۲\times ۴\times\sin ۹۰=۴$



$S_{ADB}=\frac{۱}{۲}\times ۲\times ۲\times\sin ۹۰=۲ \Rightarrow S_{ABC}=S_{ADC}-S_{ADB}=۲$

$S_{ABC}=\frac{۱}{\cancel{۲}}\times\cancel{۲}\sqrt{۲}\times\cancel{۲}\sqrt{۵}\times\sin\alpha=\cancel{۲}\Rightarrow\sin\alpha=\frac{\sqrt{۱۰}}{۱۰}$

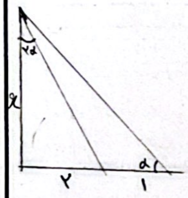
$\cos^۲\alpha=۱-\sin^۲\alpha=۱-\frac{۱۰}{۱۰۰}=\frac{۹}{۱۰}\Rightarrow\cos\alpha=\frac{۳\sqrt{۱۰}}{۱۰}$

$\cot\alpha=\frac{۳\sqrt{۱۰}}{\sqrt{۱۰}}=\boxed{۳}$

۴

۳

$\tan ۲\alpha=\frac{۲}{x}$ و $\tan\alpha=\frac{x}{۳}$



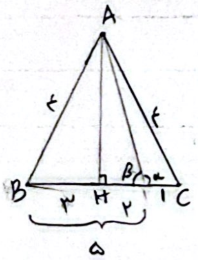
$\tan ۲\alpha=\frac{۲\tan\alpha}{۱-\tan^۲\alpha}\rightarrow\frac{۲}{x}=\frac{\frac{۲x}{۳}}{۱-\frac{x^۲}{۹}}\Rightarrow\frac{۲}{x}=\frac{۶x}{۹-x^۲}$

$۱۸-۲x^۲=۶x^۲\rightarrow ۸x^۲=۱۸\ ,\ x^۲=۲/۲۵\Rightarrow x=۱/۵$

$\tan\alpha=\frac{۱/۵}{۳}=\frac{۱}{۲}\Rightarrow\cot\alpha=\boxed{۲}$

۴

۴



$AH^۲=(AC)^۲-(CH)^۲=۱۶-۹=۷\Rightarrow AH=\sqrt{۷}$

$\tan\alpha=-\tan\beta=\boxed{\frac{-\sqrt{۷}}{۲}}$

۴

۵

$۲\sin^۲x+\cos^۲x=\frac{۴}{۳}$

$\sin^۲x+\cos^۲x=۱\Rightarrow\sin^۲x=۱-\cos^۲x\Rightarrow ۲-۲\cos^۲x+\cos^۲x=\frac{۴}{۳}$

$\Rightarrow -\cos^۲x=\frac{۴}{۳}-۲\Rightarrow\cos^۲x=\frac{۲}{۳}\ ,\ ۱+\tan^۲x=\frac{۱}{\cos^۲x}\rightarrow ۱+\tan^۲x=\frac{۳}{۲}$ ۴

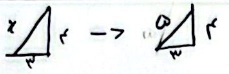
$\tan^۲x=\frac{۳}{۲}-\frac{۲}{۲}=\frac{۱}{۲}$

$$\frac{\sin^{۴}\alpha+۴\cos^{۴}\alpha}{۱+\cos^{۲}\alpha}-\frac{\cos^{۴}\alpha+۴\sin^{۲}\alpha}{۱+\sin^{۲}\alpha}=\frac{\sin^{۴}\alpha+۴(۱-\sin^{۲}\alpha)}{۱+\cos^{۲}\alpha}-\frac{\cos^{۴}\alpha+۴(۱-\cos^{۲}\alpha)}{۱+(۱-\cos^{۲}\alpha)}$$

$$=\frac{\sin^{۴}\alpha-۴\sin^{۲}\alpha+۴}{۲-\sin^{۲}\alpha}-\frac{\cos^{۴}\alpha-۴\cos^{۲}\alpha+۴}{۲-\cos^{۲}\alpha}=\frac{(۲-\sin^{۲}\alpha)^{۲}}{۲-\sin^{۲}\alpha}-\frac{(۲-\cos^{۲}\alpha)^{۲}}{۲-\cos^{۲}\alpha}$$ ۲ ۶

$$۲-\sin^{۲}\alpha-۲-\cos^{۲}\alpha=\cos^{۲}\alpha-\sin^{۲}\alpha=\cos ۲\alpha$$

$\tan\alpha=\frac{۴}{۳}$, $\sin\alpha, \cos\alpha<0$



$\cos\alpha=-\frac{۳}{۵}$, $\sin\alpha=-\frac{۴}{۵}$, $\cot\alpha=\frac{۳}{۴}$

$$\sin\left(\frac{۹\pi}{۲}+\alpha\right)\cos\left(\frac{۷\pi}{۲}-\alpha\right)-\underbrace{\tan\left(\alpha-\frac{۳\pi}{۲}\right)}_{-\cot\alpha}=\sin\left(\frac{\pi}{۲}+\alpha\right)\cos\left(\frac{۳\pi}{۲}-\alpha\right)+\cot\alpha=$$

$$\Rightarrow\cos\alpha\,(-\sin\alpha)+\cot\alpha=\frac{-۳}{۵}\times-\left(-\frac{۴}{۵}\right)+\frac{۳}{۴}=\frac{۲۷}{۱۰۰}$$ ۲ ۷

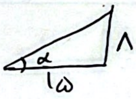
$x=\frac{\pi}{۱۲}$ $\quad \sin\frac{\pi}{۱۲}<\cos\frac{\pi}{۱۲}$

$$۳\cos ۴x+\sqrt{۲}\sin x-\sqrt{۲}\cos x=۳\underbrace{\cos\frac{\pi}{۳}}_{\frac{۱}{۲}}+\sqrt{۲}\sin\frac{\pi}{۱۲}-\sqrt{۲}\cos\frac{\pi}{۱۲}=\frac{۳}{۲}+\sqrt{۲}\left(\sin\frac{\pi}{۱۲}-\cos\frac{\pi}{۱۲}\right)$$

$$\left(\sin\frac{\pi}{۱۲}-\cos\frac{\pi}{۱۲}\right)^{۲}=\sin^{۲}\frac{\pi}{۱۲}+\cos^{۲}\frac{\pi}{۱۲}-۲\sin\frac{\pi}{۱۲}\cos\frac{\pi}{۱۲}=۱-\sin\frac{\pi}{۶}=\frac{۱}{۲}\Rightarrow\sin\frac{\pi}{۱۲}-\cos\frac{\pi}{۱۲}=\frac{-۱}{\sqrt{۲}}$$ ۸

$$\Rightarrow\frac{۳}{۲}+\sqrt{۲}\left(-\frac{۱}{\sqrt{۲}}\right)=\frac{۳}{۲}-۱=\frac{۱}{۲}$$ ۲

$\tan\left(\frac{\alpha}{۲}\right)=\frac{۱}{۴}$ $\quad \tan\alpha=\frac{۲\tan\frac{\alpha}{۲}}{۱-\tan^{۲}\frac{\alpha}{۲}}=\frac{۲\left(\frac{۱}{۴}\right)}{۱-\frac{۱}{۱۶}}=\frac{۸}{۱۵}$



$\Rightarrow BC=۱۷$

$\sin\alpha=\frac{۸}{۱۷}$, $\cos\alpha=\frac{۱۷}{۱۷}$

$$\frac{\tan\alpha-\sin\alpha}{\sin\alpha-\cos\alpha}=\frac{\frac{۸}{۱۵}-\frac{۸}{۱۷}}{\frac{۸}{۱۷}-\frac{۱۵}{۱۷}}=\boxed{-\frac{۱۶}{۱۰۵}}$$ ۲ ۹

$۲\sin\alpha<\sin ۲\alpha$, $\frac{\cot\alpha}{\sin\alpha}>0$

$$\sin ۲\alpha=۲\sin\alpha\cos\alpha\rightarrow ۲\sin\alpha<۲\sin\alpha\cos\alpha\rightarrow ۲\sin\alpha\overbrace{(۱-\cos\alpha)}^{\text{مثبت}}<0\Rightarrow\sin\alpha<0$$ ۲

۱۰ $\sin\alpha$ منفی است و $\frac{\cot\alpha}{\sin\alpha}$ مثبت در نتیجه $\cot\alpha$ هم باید منفی باشد و این درصورتی است که $\sin\alpha$ و $\cos\alpha$ هم علامت نباشند در نتیجه $\cos\alpha$ مثبت است و α در ربع چهارم است.

$\sin\alpha<0$, $\cos\alpha>0\Rightarrow$ ربع چهارم