۱۸/۵

نام و نام خانوادگی ..[illegible].. **پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره** ..۲۷.. **کلاس** ..یازدهم ریاضی A..

۱ مثلث ABC با اضلاع ۳√ و ۹ و زاویه‌ی بین آنها (α) قابل رسم است. اگر مساحت این مثلث ۶/۷۵ باشد، بیشترین مقدار α چند برابر کمترین مقدار α است؟

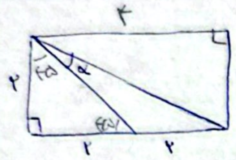
$$S_{\overset{\triangle}{ABC}} = \frac{1}{2} \times 9 \times \sqrt{3} \times \sin\alpha = 6/75$$

$$\rightsquigarrow \sin\alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\alpha \begin{cases} \to 60 \\ \to 120 \end{cases} \Longrightarrow \frac{120}{60} = 2$$ برابر

۲

۲ در شکل مقابل مقدار $\cot\alpha$ را بیابید.

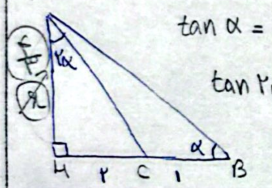


$$\tan(\alpha + 45) = \frac{\tan\alpha + 1}{1 - \tan\alpha} = 2$$

$$\longrightarrow \tan\alpha = \frac{1}{3} \longrightarrow \boxed{\cot\alpha = 3}$$

۲

۳ در شکل مقابل مقدار $\cot\alpha$ را بیابید.



$$\tan\alpha = \frac{x}{4} \rightsquigarrow$$

$$\tan 2\alpha = \frac{2\tan\alpha}{1 - \tan^2\alpha} = \frac{2 \times \frac{x}{4}}{1 - \frac{x^2}{16}} = \frac{\frac{x}{2}}{\frac{16 - x^2}{16}} = \frac{8x}{16 - x^2}$$

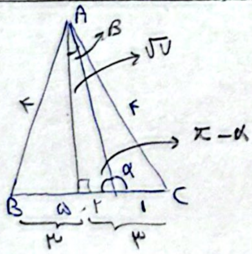
and $\tan 2\alpha = \frac{1}{x} \rightsquigarrow \frac{1}{x} = \frac{8x}{16 - x^2} \rightsquigarrow 8x^2 = 16 - x^2$

$$\Longrightarrow 9x^2 = 16 \rightsquigarrow x = \frac{4}{3}$$

$$\cot\alpha \Rightarrow \frac{3}{\frac{1}{\frac{4}{3}}} = \frac{9}{4}$$

۰/۵

۴ در شکل مقابل مثلث ABC متساوی الساقین است. مقدار $\tan\alpha$ را بیابید.



$$\tan(\pi - \alpha) = -\tan\alpha = \frac{-\sqrt{7}}{2}$$

$$\cot\left(\beta + \frac{\pi}{2}\right) = \tan\alpha \rightsquigarrow \frac{-\sqrt{7}}{2}$$

$$\cot\beta = -\tan\alpha$$

۲

۵ اگر $2\sin^2 x + \cos^2 x = \frac{4}{3}$ باشد، مقدار $\tan^2 x$ را بیابید.

$$2\sin^2 x + \cos^2 x = \frac{4}{3} \xrightarrow{\div \cos^2 x} \frac{2\sin^2 x}{\cos^2 x} + \frac{\cos^2 x}{\cos^2 x} = \frac{4}{3} \times \frac{1}{\cos^2 x} \rightsquigarrow \boxed{1 + \tan^2 x = \frac{1}{\cos^2 x}}$$

$$\Longrightarrow 2\tan^2 x + 1 = \frac{4}{3}(1 + \tan^2 x) \xrightarrow{\times 3} 6\tan^2 x + 3 = 4 + 4\tan^2 x$$

$$\Longrightarrow 2\tan^2 x = 1 \Longrightarrow \boxed{\tan^2 x = \frac{1}{2}}$$

۲

ساده شده‌ی عبارت $\frac{\sin^4\alpha+4\cos^2\alpha}{1+\cos^2\alpha}-\frac{\cos^4\alpha+4\sin^2\alpha}{1+\sin^2\alpha}$ را بیابید.

(I)

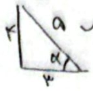
$$\frac{\sin^4\alpha+4-4\sin^2\alpha}{2-\sin^2\alpha}=\frac{(\sin^2\alpha-2)^2}{2\sin^2\alpha}$$

$\boxed{\cos 2\alpha}$ ۶

$$\text{(I)}\ \frac{\cos^4\alpha+4-4\cos^2\alpha}{2-\cos^2\alpha}=\frac{(\cos^2\alpha-2)^2}{2-\cos^2\alpha}\Rightarrow(2-\sin^2\alpha)-(2-\cos^2\alpha)=\cos^2\alpha-\sin^2\alpha$$

اگر $\tan\alpha=\frac{4}{3}$ و انتهای کمان α در ربع سوم باشد، حاصل عبارت زیر را بیابید:

$$\underbrace{\sin\left(\frac{9\pi}{2}+\alpha\right)}_{(I)}\underbrace{\cos\left(\frac{7\pi}{2}-\alpha\right)}_{(II)}-\underbrace{\tan\left(\alpha-\frac{3\pi}{2}\right)}_{(III)}$$



$\rightsquigarrow\ \cos\alpha=-\frac{3}{5}$ $\quad\cot\alpha=\frac{3}{4}$

$\sin\alpha=-\frac{4}{5}$

(I) $\sin(4\pi+\frac{\pi}{2}+\alpha)=\sin(\frac{\pi}{2}+\alpha)\Rightarrow\cos\alpha\rightsquigarrow-\frac{3}{5}$

(II) $\cos(2\pi+\frac{3\pi}{2}-\alpha)=\cos(\frac{3\pi}{2}-\alpha)\Rightarrow-\sin\alpha\rightsquigarrow\frac{4}{5}$

(III) $-\tan(\frac{3\pi}{2}-\alpha)=-\cot\alpha\rightsquigarrow-\frac{3}{4}$

$(-\frac{3}{5})(\frac{4}{5})+\frac{3}{4}=$

$\frac{-48+75}{100}=\boxed{\frac{27}{100}}$ ۷

حاصل عبارت $(3\cos 4x+\sqrt{2}\sin x-\sqrt{2}\cos x)$ به ازای $x=\frac{\pi}{12}$ را بدست آورید. $\frac{1}{2}$

$\sqrt{2}(\sin x-\cos x)$

$$x=\frac{\pi}{12}\rightsquigarrow 3\cos\left(\cancel{4}\times\frac{\pi}{\cancel{12}_{3}}\right)+\underbrace{\sqrt{2}\left(\sin\frac{\pi}{12}-\cos\frac{\pi}{12}\right)}_{(I)}$$

$$\text{(I)}\ \sqrt{2}\left(\sqrt{2}\sin\left(\frac{\pi}{12}-\frac{\pi}{4}\right)\right)=\sqrt{2}\left(\sqrt{2}\times\left(-\frac{1}{2}\right)\right)\Rightarrow-\frac{2}{2}=-1$$ ۸

$\frac{\pi-3\pi}{12}=-\frac{2\pi}{12}=-\frac{\pi}{6}$ $\quad -\frac{\sqrt{2}}{2}$

$\frac{3}{2}-1\Rightarrow\frac{3-2}{2}=\frac{1}{2}\rightsquigarrow$ جواب

اگر $\tan(\frac{\alpha}{2})=\frac{1}{4}$ باشد، حاصل $\frac{\tan\alpha-\sin\alpha}{\sin\alpha-\cos\alpha}$ را بیابید.

(I) $\tan 2\alpha=\frac{2\tan\alpha}{1-\tan^2\alpha}$ $\quad$ (II) $1+\tan^2\alpha=\frac{1}{\cos^2\alpha}$

$$\tan\alpha=\frac{2\tan\frac{\alpha}{2}}{1-\tan^2\frac{\alpha}{2}}=\frac{\frac{1}{2}}{1-\frac{1}{16}}=\frac{8}{15}$$

$\frac{8}{17}-\frac{15}{17}=\frac{-7}{17}\to$ مخرج $*_1$ $\quad$ $\frac{8}{17}$

(II) $\rightsquigarrow 1+\frac{64}{225}=\frac{1}{\cos^2\alpha}\Rightarrow\cos^2\alpha=\frac{225}{289}\Rightarrow\cos\alpha=\frac{15}{17}\Longrightarrow\sin\alpha=\sqrt{1-\frac{225}{289}}$ ۹

صورت $*_2$: $\frac{8}{15}-\frac{8}{17}=\frac{8\times17-8\times15}{15\times17}\xrightarrow{1,2}\frac{\text{صورت}}{\text{مخرج}}=\boxed{\frac{-16}{105}}\rightsquigarrow$ جواب

اگر $2\sin\alpha<\sin 2\alpha$ و $\frac{\cot\alpha}{\sin\alpha}>0$ باشند، انتهای کمان α در کدام ربع قرار دارد؟ ربع ۴م

(I) $2\sin\alpha.\cos\alpha$

$\frac{\frac{\cos\alpha}{\sin\alpha}}{\frac{\sin\alpha}{1}}=\frac{\cos\alpha}{\sin^2\alpha}>0\rightsquigarrow\boxed{\cos\alpha>0}\rightsquigarrow$ پس ربع ۱ یا ۴ $*_2$

(I) $\rightsquigarrow 2\sin\alpha-2\sin\alpha.\cos\alpha<0\rightsquigarrow 2\sin\alpha(1-\cos\alpha)<0$ ۱۰

پس $\rightsquigarrow\sin\alpha<0\ *_1$ $\qquad *_1, *_2\rightsquigarrow\boxed{\text{ربع ۴}}$

---

۳) $\tan B_1=\frac{AD}{AB}\to\tan 2\alpha=\frac{2}{x}$ $\qquad\tan C=\frac{AB}{AC}\to\tan\alpha=\frac{x}{3}$

$\to\tan 2\alpha\to\frac{2}{x}=\frac{2\times\frac{x}{3}}{1-\frac{x^2}{9}}\to x=\frac{3}{2}$ $\qquad\tan\alpha=\frac{1}{2},\ \cot\alpha=2$