نام و نام خانوادگی ..... پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ...۱۷... کلاس ...۱۲... رشته ...A...

۱

مثلث ABC با اضلاع ۴ و ۹ و زاویه بین آنها α قرار دارد. اگر مساحت این مثلث ۱۸ باشد، بیشترین مقدار α چند درجه مختلفی مقدار α است؟

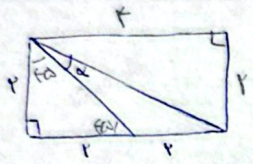
$$S_{ABC} = \frac{1}{2} \times 4 \times 9 \times \sin\alpha = 18 \sin\alpha$$

$$\rightsquigarrow \sin\alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\alpha \begin{cases} \rightsquigarrow 60 \\ \rightsquigarrow 120 \end{cases} \Longrightarrow \frac{120}{60} = 2 \text{ برابر}$$

۲

در شکل مقابل مقدار $\cot\alpha$ را بیابید.

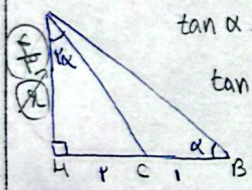


$$\tan(\alpha + 45) = \frac{\tan\alpha + 1}{1 - \tan\alpha} = 2$$

$$\rightarrow \tan\alpha = \frac{1}{3} \rightarrow \cot\alpha = 3$$

۳

در شکل مقابل مقدار $\cot\alpha$ را بیابید.



$$\tan\alpha = \frac{x}{4} \rightsquigarrow$$

$$\tan 2\alpha = \frac{2\tan\alpha}{1 - \tan^2\alpha} = \frac{2 \times \frac{x}{4}}{1 - \frac{x^2}{16}} = \frac{\frac{x}{2}}{\frac{16 - x^2}{16}} = \frac{8x}{16 - x^2}$$

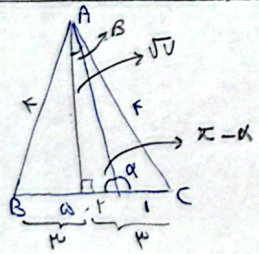
and $\tan 2\alpha = \frac{1}{x} \rightsquigarrow \frac{1}{x} = \frac{8x}{16 - x^2} \rightsquigarrow 8x^2 = 16 - x^2$

$$\Longrightarrow 9x^2 = 16 \rightsquigarrow x = \frac{4}{3}$$

$$\cot\alpha \Rightarrow \frac{3}{\frac{4}{3}} = \frac{9}{4}$$

۴

در شکل مقابل مثلث ABC متساوی الساقین است. مقدار $\tan\alpha$ را بیابید.



$$\tan(\pi - \alpha) = -\tan\alpha = \frac{-\sqrt{7}}{2}$$

$$\cot\left(\beta + \frac{\pi}{2}\right) = \tan\alpha \rightsquigarrow \frac{-\sqrt{7}}{2}$$

$$\cot\beta = -\tan\alpha$$

۵

اگر $2\sin^2 x + \cos^2 x = \frac{4}{3}$ باشد، حاصل $\tan^2 x$ را بیابید.

$$2\sin^2 x + \cos^2 x = \frac{4}{3} \xrightarrow{\div \cos^2 x} \frac{2\sin^2 x}{\cos^2 x} + \frac{\cos^2 x}{\cos^2 x} = \frac{4}{3} \times \frac{1}{\cos^2 x} \rightsquigarrow 1 + \tan^2 x = \frac{1}{\cos^2 x}$$

$$\Longrightarrow 2\tan^2 x + 1 = \frac{4}{3}(1 + \tan^2 x) \xrightarrow{\times 3} 6\tan^2 x + 3 = 4 + 4\tan^2 x$$

$$\Longrightarrow 2\tan^2 x = 1 \Longrightarrow \tan^2 x = \frac{1}{2}$$

ساده شده‌ی عبارت $\dfrac{\sin^4\alpha+4\cos^2\alpha}{1+\cos^2\alpha}-\dfrac{\cos^4\alpha+4\sin^2\alpha}{1+\sin^2\alpha}$ را بیابید.

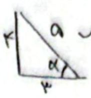
$$\frac{\sin^4\alpha+4-4\sin^2\alpha}{2-\sin^2\alpha}=\frac{(\sin^2\alpha-2)^2}{2\sin^2\alpha}$$ (I)

$$\text{(I)}\ \frac{\cos^4\alpha+4-4\cos^2\alpha}{2-\cos^2\alpha}=\frac{(\cos^2\alpha-2)^2}{2-\cos^2\alpha}\Rightarrow(2-\sin^2\alpha)-(2-\cos^2\alpha)=\cos^2\alpha-\sin^2\alpha$$

$\boxed{\cos 2\alpha}$ 6

اگر $\tan\alpha=\frac{4}{3}$ و انتهای کمان α در ربع سوم باشد، حاصل عبارت زیر را بیابید:

$$\underbrace{\sin\left(\frac{9\pi}{2}+\alpha\right)}_{(I)}\underbrace{\cos\left(\frac{7\pi}{2}-\alpha\right)}_{(II)}\underbrace{-\tan\left(\alpha-\frac{3\pi}{2}\right)}_{(III)}$$



$\cos\alpha=-\frac{3}{5}$, $\sin\alpha=-\frac{4}{5}$, $\cot\alpha=\frac{3}{4}$

(I) $\sin\left(4\pi+\frac{\pi}{2}+\alpha\right)=\sin\left(\frac{\pi}{2}+\alpha\right)\Rightarrow\cos\alpha \rightsquigarrow -\frac{3}{5}$

(II) $\cos\left(2\pi+\frac{3\pi}{2}-\alpha\right)=\cos\left(\frac{3\pi}{2}-\alpha\right)\Rightarrow-\sin\alpha\rightsquigarrow\frac{4}{5}$

(III) $-\tan\left(\frac{3\pi}{2}-\alpha\right)=-\cot\alpha\rightsquigarrow-\frac{3}{4}$

$$\left(-\frac{3}{5}\right)\left(\frac{4}{5}\right)+\frac{3}{4}=\frac{-48+75}{100}=\boxed{\frac{27}{100}}$$ 7

حاصل عبارت $\left(\dfrac{3\cos 4x+\sqrt{2}\sin x-\sqrt{2}\cos x}{\sqrt{2}(\sin x-\cos x)}\right)$ به ازای $x=\frac{\pi}{12}$ را بدست آورید.

$$x=\frac{\pi}{12}\rightsquigarrow 3\overbrace{\cos\left(4\times\frac{\pi}{12}\right)}^{\frac{1}{2}}+\underbrace{\sqrt{2}\left(\sin\frac{\pi}{12}-\cos\frac{\pi}{12}\right)}_{(I)}$$

$$\text{(I)}\ \sqrt{2}\left(\sqrt{2}\sin\left(\frac{\pi}{12}-\frac{\pi}{4}\right)\right)=\sqrt{2}\left(\sqrt{2}\times\left(-\frac{1}{2}\right)\right)\Rightarrow-\frac{2}{2}=\boxed{-1}$$

$\frac{\pi-3\pi}{12}=-\frac{2\pi}{12}=-\frac{\pi}{6}$, $-\frac{\sqrt{2}}{2}$

$$\frac{3}{2}-1\Rightarrow\frac{3-2}{2}=\boxed{\frac{1}{2}}$$ جواب 8

اگر $\tan\left(\frac{\alpha}{2}\right)=\frac{1}{4}$ باشد، حاصل $\dfrac{\tan\alpha-\sin\alpha}{\sin\alpha-\cos\alpha}$ را بیابید.

(I) $\tan 2\alpha=\dfrac{2\tan\alpha}{1-\tan^2\alpha}$ (II) $1+\tan^2\alpha=\dfrac{1}{\cos^2\alpha}$

$$\tan\alpha=\frac{2\tan\frac{\alpha}{2}}{1-\tan^2\frac{\alpha}{2}}=\frac{\frac{1}{2}}{1-\frac{1}{16}}=\frac{8}{15}$$

$*_1$ مخرج: $\frac{8}{17}-\frac{15}{17}=\boxed{\frac{-7}{17}}$

$$\text{(II)}\rightsquigarrow 1+\frac{64}{225}=\frac{1}{\cos^2\alpha}\Rightarrow\cos^2\alpha=\frac{225}{289}\Rightarrow\cos\alpha=\frac{15}{17}\Rightarrow\sin\alpha=\sqrt{1-\frac{225}{289}}=\boxed{\frac{8}{17}}$$

$*_2$ صورت: $\frac{8}{15}-\frac{8}{17}=\frac{8\times17-8\times15}{15\times17}\xrightarrow{1,2}\frac{\text{صورت}}{\text{مخرج}}=\boxed{\frac{-16}{105}}$ جواب 9

اگر $2\sin\alpha<\sin 2\alpha$ و $\dfrac{\cot\alpha}{\sin\alpha}>0$ باشند، انتهای کمان α در کدام ربع قرار دارد. (ربع چهارم)

(I) $\sin 2\alpha=2\sin\alpha.\cos\alpha$

$$\frac{\frac{\cos\alpha}{\sin\alpha}}{\frac{\sin\alpha}{1}}=\frac{\cos\alpha}{\sin^2\alpha}>0\rightsquigarrow\boxed{\cos\alpha>0}\ *_2$$ پس ربع اول یا چهارم

$$\text{(I)}\rightsquigarrow 2\sin\alpha-2\sin\alpha.\cos\alpha<0\rightsquigarrow 2\sin\alpha\underbrace{(1-\cos\alpha)}_{+}<0$$

پس $\sin\alpha<0\ *_1$ ، $*_1 , *_2\rightsquigarrow$ $\boxed{\text{ربع ۴}}$ 10