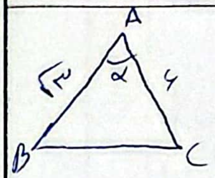
نام و نام خانوادگی ...نازنین کریمی... پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ..۲۷.. کلاس ..یازدهم دختر A...

۱



$S_{ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot AC \cdot \sin\alpha = \frac{1}{2} \times \sqrt{3} \times 6 \times \sin\alpha = 3\sqrt{3}\sin\alpha$

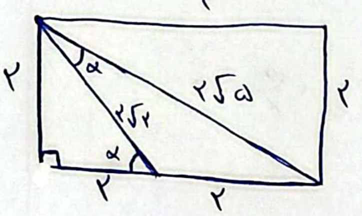
$3\sqrt{3}\sin\alpha = 4.5 \Rightarrow \sin\alpha = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \alpha = 60, 120$

چون زوایای مثلث بین ۰ تا ۱۸۰ درجه است، پس α می‌تواند ۶۰ و ۱۲۰ باشد، چون sin هر دو $\frac{\sqrt{3}}{2}$ است.

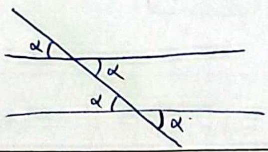
$\frac{\text{بیشترین مقدار} = 120}{\text{کمترین مقدار} = 60} \Rightarrow \frac{120}{60} = \boxed{2}$

۲

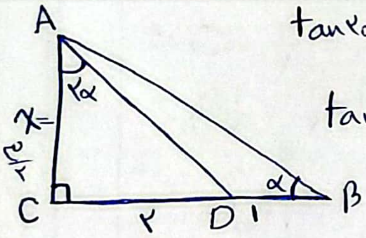
طبق قانون خطوط موازی و مورب α را پیدا کردیم.



$\cot\alpha = \frac{\cos\alpha}{\sin\alpha} = \frac{2}{2} = \boxed{1}$



۳



$\tan 2\alpha = \frac{CD}{AC} = \frac{2}{x}$ $\quad \tan\alpha = \frac{AC}{BC} = \frac{x}{3}$

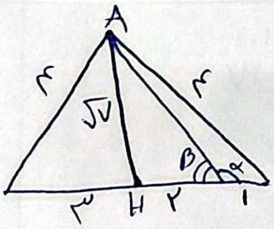
$\tan 2\alpha = \frac{2\tan\alpha}{1-\tan^2\alpha} \Rightarrow \frac{2 \times \frac{x}{3}}{1-(\frac{x}{3})^2} = \frac{2}{x} \Rightarrow$

$\frac{2x}{3} = \frac{2}{x} - \frac{2x}{9} \Rightarrow \frac{2x}{3} + \frac{2x}{9} = \frac{2}{x} \Rightarrow \frac{8x}{9} = \frac{2}{x} \Rightarrow$

$8x^2 = 18 \Rightarrow x^2 = \frac{18}{8} = \frac{9}{4} \Rightarrow x = \frac{3}{2} = 1.5$ $\quad \cot\alpha = \frac{3}{\frac{3}{2}} = \frac{6}{3} = \boxed{2}$

۴

چون ABC متساوی‌الساقین است، پس AH میانه است.



$AH = \sqrt{16-9} = \sqrt{7}$

$\tan(\alpha) = \tan(180-\beta) = -\underbrace{\tan\beta}_{\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}} = \boxed{\frac{-\sqrt{7}}{2}}$

۵

$2\sin^2 x + \cos^2 x = \frac{4}{3} \Rightarrow \sin^2 x + \underbrace{\sin^2 x + \cos^2 x}_{1} = \frac{4}{3} \Rightarrow \sin^2 x = \frac{1}{3}$

$\tan^2 x = \frac{\sin^2 x}{\cos^2 x} = \frac{\sin^2 x}{1-\sin^2 x} = \frac{\frac{1}{3}}{1-\frac{1}{3}} = \frac{\frac{1}{3}}{\frac{2}{3}} = \boxed{\frac{1}{2}}$

$\cos^2\alpha = 1 - \sin^2 x$

۶

$$\frac{\sin^4(\alpha)+4\cos^2(\alpha)}{1+\cos^2(\alpha)}-\frac{\cos^4(\alpha)+4\sin^2(\alpha)}{1+\sin^2(\alpha)}=\frac{\sin^4(\alpha)+4(1-\sin^2(\alpha))}{1+(1-\sin^2(\alpha))}-\frac{\cos^4(\alpha)+4(1-\cos^2(\alpha))}{1+(1-\cos^2(\alpha))}=$$

$$\frac{\sin^4(\alpha)-4\sin^2(\alpha)+4}{2-\sin^2(\alpha)}-\frac{\cos^4(\alpha)-4\cos^2(\alpha)+4}{2-\cos^2(\alpha)}=\frac{(2-\sin^2(\alpha))^2}{2-\sin^2(\alpha)}-\frac{(2-\cos^2(\alpha))^2}{2-\cos^2(\alpha)}=$$

$$(2-\sin^2(\alpha))-(2-\cos^2(\alpha))=\cos^2(\alpha)-\sin^2(\alpha)=\boxed{\cos(2\alpha)}$$

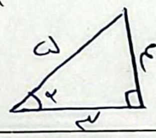
۷

$$\sin\left(\frac{9\pi}{2}+\alpha\right)=\cos\alpha$$

$$\cos\left(\frac{7\pi}{2}-\alpha\right)=-\sin\alpha$$

$$\tan\left(\alpha-\frac{3\pi}{2}\right)=-\cot\alpha$$

$$\tan\alpha=\frac{4}{3}$$



$$\sin\alpha=-\frac{4}{5}\ \Big\{\ \cos\alpha=-\frac{3}{5}\ \Big\{\ \cot\alpha=\frac{3}{4}$$

$$(\cos\alpha)(-\sin\alpha)-(-\cot\alpha)=$$

$$\left(-\frac{3}{5}\right)\left(\frac{4}{5}\right)+\frac{3}{4}=-\frac{12}{25}+\frac{3}{4}\Rightarrow$$

$$\frac{-48+75}{100}=\boxed{0.27}$$

۸

$$3\cos\frac{\pi}{3}+\sqrt{2}\sin\frac{\pi}{12}-\sqrt{2}\cos\frac{\pi}{12}=\frac{3}{2}+\sqrt{2}\left(\sin\frac{\pi}{12}-\cos\frac{\pi}{12}\right)\ (1)$$

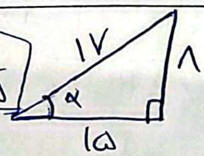
چون $\sin\frac{\pi}{12}<\cos\frac{\pi}{12}$ است پس: $\sin\frac{\pi}{12}-\cos\frac{\pi}{12}<0$

$$\left(\sin\frac{\pi}{12}-\cos\frac{\pi}{12}\right)^2=\sin^2\frac{\pi}{12}+\cos^2\frac{\pi}{12}-2\sin\frac{\pi}{12}\cos\frac{\pi}{12}=1-\sin\frac{\pi}{6}=1-\frac{1}{2}=\frac{1}{2}$$

$$\sin\frac{\pi}{12}-\cos\frac{\pi}{12}=-\frac{1}{\sqrt{2}}=\boxed{\frac{-\sqrt{2}}{2}}\overset{(1)}{\Rightarrow}\frac{3}{2}+\sqrt{2}\left(-\frac{1}{\sqrt{2}}\right)=\frac{3}{2}-1=\boxed{\frac{1}{2}}$$

۹

$$\tan\alpha=\frac{2\tan\frac{\alpha}{2}}{1-\tan^2\frac{\alpha}{2}}=\frac{2\left(\frac{1}{4}\right)}{1-\frac{1}{16}}=\boxed{\frac{8}{15}}$$



$$\Rightarrow\begin{cases}\sin\alpha=\frac{8}{17}\\ \cos\alpha=\frac{15}{17}\end{cases}$$

$$\frac{\tan\alpha-\sin\alpha}{\sin\alpha-\cos\alpha}=\frac{\frac{8}{15}-\frac{8}{17}}{\frac{8}{17}-\frac{15}{17}}=\boxed{-\frac{16}{105}}$$

۱۰

$$2\sin\alpha<\sin2\alpha\Rightarrow2\sin\alpha<2\sin\alpha\cos\alpha\Rightarrow$$

$$2\sin\alpha-2\sin\alpha\cos\alpha<0\Rightarrow2\sin\alpha\underbrace{(1-\cos\alpha)}_{\text{همواره نامنفی}}<0\Rightarrow\boxed{\sin\alpha<0}$$

چون $0<\frac{\cot\alpha}{\sin\alpha}$ پس $\cot\alpha<0$. $\sin\alpha$ در ربع سوم و ۴ منفی است، و $\cot\alpha$ در ربع سوم مثبت و در ربع ۴ منفی است. چون $\cot\alpha<0$ پس جواب $\boxed{\text{ربع ۴}}$ می شود.