رویا حسینی

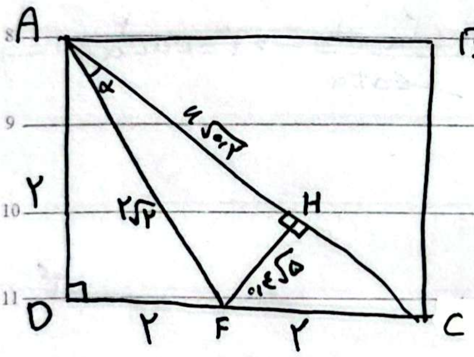
۱-

$S=\sqrt{۳}\times ۴\times \frac{۱}{۲}\times \sin\alpha = ۴٫۵ \longrightarrow \sin\alpha=\frac{۴٫۵}{۳\sqrt{۳}}=\frac{۱٫۵}{\sqrt{۳}}=\frac{\sqrt{۳}}{۲}$

$۰<\alpha<۱۸۰$ در مثلث $\longrightarrow \alpha_{min}=۶۰^\circ=\frac{\pi}{۳}\ ,\ \alpha max=۱۲۰^\circ=\frac{۲\pi}{۳}$

$\frac{\frac{۲\pi}{۳}}{\frac{\pi}{۳}}=۲$ برابر ، $\frac{۱۲۰}{۶۰}=۲$ برابر

۲-



$AC^۲=DC^۲+AD^۲=۱۶+۴=۲۰$

$AC=\sqrt{۲۰}$

$S_{\overset{\triangle}{ACF}}=S_{\overset{\triangle}{ACD}}-S_{\overset{\triangle}{ADF}}$

$S_{\overset{\triangle}{ACF}}=\frac{۲\times۴}{۲}-\frac{۲\times۲}{۲}=۴-۲=۲$

$S_{ACF}=\frac{HF\times AC}{۲}=۲\rightarrow HF\times \underset{\sqrt{۲۰}}{\cancel{AC}}=۴\longrightarrow HF=\frac{۴}{۲\sqrt{۵}}$

$HF=\frac{۲}{\sqrt{۵}}=\frac{۲\sqrt{۵}}{۵}=۰٫۴\sqrt{۵}$

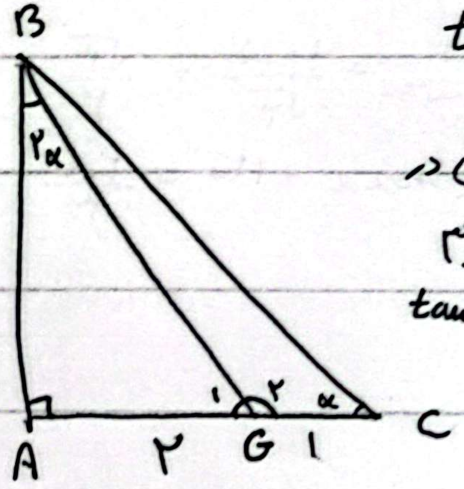
$AH^۲+HF^۲=AF^۲\longrightarrow AH^۲+\frac{\overset{\wedge}{۱۶}\times ۵}{\underset{\cancel{۲۰}\,۱۰}{\cancel{۱۰۰}}}=۸\rightarrow AH^۲=۸-۰٫۸=۷٫۲\rightarrow$

$AH=\sqrt{۷٫۲}=۶\sqrt{۰٫۲}$

$\cot\alpha=\frac{AH}{HF}=\frac{۶\sqrt{۰٫۲}}{۰٫۴\sqrt{۵}}=\frac{\sqrt{۷٫۲}}{\sqrt{۰٫۸}}=\sqrt{\frac{۷٫۲}{۰٫۸}}=\sqrt{۹}=\boxed{۳}$

پریا امینی

۳ـ



$\tan\alpha = \frac{AB}{AC} = \frac{AB}{۳} \rightarrow AB = ۳\tan\alpha$

اگر BG را خطی در محور مختصات در نظر بگیریم شیب آن برابر $\tan G_۲$ است

$m_{BG} = \tan G_۲ \rightarrow m_{BG} = \frac{AB}{AG} = \frac{۳\tan\alpha}{۲}$

$G_۲ = ۱۸۰ - G_۱ \xrightarrow{G_۱ = ۱۸۰-۹۰-۲\alpha} G_۲ = ۱۸۰ - ۱۸۰ + ۹۰ + ۲\alpha$

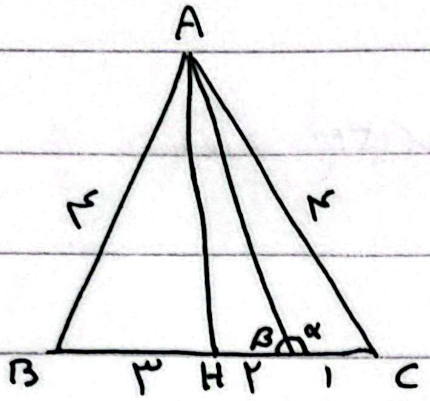
$G_۲ = ۹۰ - ۲\alpha$

$\tan G_۲ = \frac{۳\tan\alpha}{۲} = \tan(۹۰ - ۲\alpha) = \cot ۲\alpha$

$\cot ۲\alpha = \frac{\cot^۲\alpha - ۱}{۲\cot\alpha} \rightarrow \underbrace{\frac{۳\tan\alpha}{۲}}_{\frac{۳}{\cancel{۲\cot\alpha}}} = \frac{\cot^۲\alpha - ۱}{\cancel{۲\cot\alpha}} \rightarrow ۳ = \cot^۲\alpha - ۱ \rightarrow$

$\cot^۲\alpha = ۴ \rightarrow \cot\alpha = ۲$

۴ـ



$$\beta = ۱۸۰ - \alpha$$

$$\left.\begin{array}{l} \tan\beta = \tan(۱۸۰ - \alpha) = -\tan\alpha \\ \tan\beta = \frac{AH}{۲} = \frac{\sqrt{۵}}{۲} \end{array}\right\} -\tan\alpha = \frac{\sqrt{۵}}{۲}$$

$$\boxed{\tan\alpha = -\frac{\sqrt{۵}}{۲}}$$

$$AH^۲ + BH^۲ = AB^۲ \rightarrow AH^۲ + ۹ = ۱۶ \rightarrow AH^۲ = ۵ \rightarrow AH = \sqrt{۵}$$

۵ـ

$$۲\sin^۲ x + \cos^۲ x = \frac{۴}{۳} \rightarrow \sin^۲ x + \underbrace{\sin^۲ x + \cos^۲ x}_{۱} = \frac{۴}{۳} \rightarrow$$

$$\sin^۲ x = \frac{۴}{۳} - ۱ = \frac{۱}{۳}$$

$$۱ + \cot^۲ x = \frac{۱}{\sin^۲ x} \rightarrow ۱ + \cot^۲ x = \frac{۱}{\frac{۱}{۳}} = ۳ \rightarrow \cot^۲ x = ۲ \rightarrow$$

$$\tan^۲ x = \boxed{\frac{۱}{۲}}$$

۴ـ پریا امینی

$\cos^۲\alpha+\sin^۲\alpha=۱$ $\cos ۲\alpha=۱-۲\sin^۲\alpha=۲\cos^۲\alpha-۱$

$\sin^۲ x=s$ $\cos^۲ x=c$

$$\frac{s^۲+۴(۱-s)}{۱+(۱-s)}-\frac{(۱-s)^۲+۴s}{۱+s}$$

$$\frac{s^۲+۴-۴s}{۲-s}=\frac{s^۲-۴s+۴}{۲-s}=\frac{(s-۲)^۲}{۲-s}=\frac{(۲-s)^۲}{۲-s}=۲-s$$

$$\frac{(۱-s)^۲+۴s}{۱+s}=\frac{۱-۲s+s^۲+۴s}{۱+s}=\frac{s^۲+۲s+۱}{۱+s}=\frac{(s+۱)^۲}{s+۱}=s+۱$$

کل عبارت: $(۲-s)-(s+۱)=۲-s-s-۱=۱-۲s$

$$=۱-۲\sin^۲ x=\boxed{\cos ۲x}$$

پریا امینی

۷.

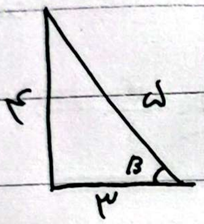
$$\sin(\underbrace{\tfrac{۹\pi}{۲}+\alpha}_{\frac{\pi}{۲}+\alpha})\ \cos(\underbrace{\tfrac{۷\pi}{۲}-\alpha}_{\frac{۳\pi}{۲}-\alpha})+\tan(\tfrac{۳\pi}{۲}-\alpha)$$

$$(\cos\alpha)(-\sin\alpha)+\cot\alpha$$

$$\cos(۱۸۰+۵۳)(-\sin(۱۸۰+۵۳))+\frac{۳}{۴}=\underbrace{-\cos ۵۳}_{-\frac{۳}{۵}}\times\underbrace{\sin ۵۳}_{\frac{۴}{۵}}+\frac{۳}{۴}=\frac{-۱۲}{۲۵}+\frac{۳}{۴}=$$

$$\tan\alpha=\frac{۴}{۳}$$

$$\frac{-۴۸+۷۵}{۱۰۰}=\boxed{۰/۲۷}$$



$\tan\beta=\frac{۴}{۳}\rightarrow\beta=۵۳^\circ$ α در ربع سوم است و $\tan\beta=\tan\alpha$

$\alpha=۲۳۳\leftarrow\beta+۱۸۰=\alpha$

۸.

$$(\underbrace{۳\cos\tfrac{\pi}{۳}}_{\frac{۱}{۲}}+\underbrace{\sqrt{۲}\sin x-\sqrt{۲}\cos x}_{\sqrt{۲}(\underbrace{\sin x-\cos x}_{\sqrt{۲}\sin(\underbrace{x-\frac{\pi}{۴}}_{\frac{\pi}{۱۲}-\frac{۳\pi}{۱۲}=\frac{-۲\pi}{۱۲}=-\frac{\pi}{۶}})}})=\frac{۳}{۲}+\underbrace{۲\sin(-\tfrac{\pi}{۶})}_{-۲\sin\frac{\pi}{۶}}=$$

$$\frac{۳}{۲}-۱=\boxed{\frac{۱}{۲}}$$

پریا امینی

۹ـ

$$\sin\alpha = \frac{۲\tan\frac{\alpha}{۲}}{1+\tan^{۲}\frac{\alpha}{۲}} \qquad \cos\alpha = \frac{1-\tan^{۲}\frac{\alpha}{۲}}{1+\tan^{۲}\frac{\alpha}{۲}} \qquad \tan\alpha = \frac{۲\tan\frac{\alpha}{۲}}{1-\tan^{۲}\frac{\alpha}{۲}}$$

$$t = \tan\frac{\alpha}{۲} = \frac{۱}{۴} \qquad \tan\alpha = \frac{۲t}{1-t^{۲}} = \frac{۲\left(\frac{۱}{۴}\right)}{1-\left(\frac{۱}{۴}\right)^{۲}} = \frac{\frac{۱}{۲}}{1-\frac{۱}{۱۶}} = \frac{\frac{۱}{۲}}{\frac{۱۵}{۱۶}} = \frac{۸}{۱۶}$$

$$\sin\alpha = \frac{۲t}{1+t^{۲}} = \frac{\frac{۱}{۲}}{1+\frac{۱}{۱۶}} = \frac{\frac{۱}{۲}}{\frac{۱۷}{۱۶}} = \frac{۸}{۱۷}$$

$$\cos\alpha = \frac{1-t^{۲}}{1+t^{۲}} = \frac{1-\frac{۱}{۱۶}}{1+\frac{۱}{۱۶}} = \frac{\frac{۱۵}{۱۶}}{\frac{۱۷}{۱۶}} = \frac{۱۵}{۱۷}$$

$$\frac{\tan\alpha-\sin\alpha}{\sin\alpha-\cos\alpha} = \frac{\frac{۸}{۱۵}-\frac{۸}{۱۷}}{\frac{۸}{۱۷}-\frac{۱۵}{۱۷}} = \frac{\frac{۱۶}{۲۵۵}}{-\frac{۷}{۱۷}} = -\frac{۲۷۲}{۱۷۸۵} \Rightarrow$$

$$\simeq -۰٫۱۵۲۳$$

پریا امینی

۱۰-

$$2\sin\alpha < \sin 2\alpha \rightarrow 2\sin\alpha < 2\sin\alpha\cos\alpha$$

$$\Rightarrow \sin\alpha(\underbrace{1-\cos\alpha}) < 0 \rightarrow \sin < 0$$

همواره بزرگتر مساوی ۰

مساوی نمی تواند باشد

چون نابرابری برقرار است

$$\frac{\cot\alpha}{\underset{\ominus}{\sin\alpha}} > 0 \rightarrow \cot\alpha < 0$$

در حالی که $\sin\alpha < 0$ (یعنی ربع ۳ و ۴)

تنها در ربع ۴ $\cot\alpha < 0$ می باشد

پس α انتهای کمانش در ربع ۴ است.