نام و نام خانوادگی ..... پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ۲۸ کلاس ۱۴

۱

$\frac{1}{\sqrt{\cos^2\alpha}} - \frac{1}{\cot\alpha} = \frac{1-\sin\alpha}{|\cos\alpha|}$, $\cot\alpha = \frac{\cos\alpha}{\sqrt{1-\cos^2\alpha}}$ ⇒ α ناسه چیاره؟ ⇒

$\hookrightarrow \frac{1}{|\cos\alpha|} - \frac{1-\sin\alpha}{|\cos\alpha|} = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$ ⇒ $\frac{\sin\alpha - 1 + \sin\alpha}{|\cos\alpha|} = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$ → $|\cos\alpha| = \cos\alpha$ ⇒ $\cos\alpha > 0$ ⇒ α ناسه ۱ یا ۴

$\cot\alpha = \frac{\cos\alpha}{\sin\alpha} = \frac{\cos\alpha}{\sqrt{1-\cos^2\alpha}} = \frac{\cos\alpha}{|\sin\alpha|}$ → $\sin\alpha = |\sin\alpha|$ ⇒ $\sin\alpha > 0$ ⇒ α ناسه ۱ یا ۲

جواب: α در ناسه‌ی اول است ✓

۲

$\frac{-\pi}{12} < x < \frac{5\pi}{12}$ ×۲ → $\frac{-\pi}{6} < 2x < \frac{5\pi}{6}$: ⊕ : $\frac{1}{2}$ و $-\frac{1}{2}$ ⇒ $-\frac{1}{2} < \sin 2x \leq 1$

$\sin 2x = \frac{m-1}{4}$

⇒ $-\frac{1}{2} < \frac{m-1}{4} \leq 1$ → $-2 < m-1 \leq 4$ → $-1 < m \leq 5$: $m = \{0,1,2,3,4,5\}$ جواب: ✓

۳

$\tan x + \cot x = -3$, $3\pi < 4x < 4\pi$ ⇒ $\frac{1}{\sin^3 x + \cos^3 x} = ?$

$\hookrightarrow \frac{1}{\sin x \cdot \cos x} = -3$ → $\sin x \cdot \cos x = \frac{-1}{3}$

اتحاد چاق و لاغر: $(\sin x + \cos x)(\sin^2 x + \cos^2 x - \sin x \cdot \cos x)$

$\frac{3\pi}{4} < x < \pi$ ⇒ ⊖ ⊕ ⊖ → ربع ۲ ⇒ $\cos x < 0$, $\sin x > 0$

$\sin^3 x + \cos^3 x = \frac{-1}{\sqrt{3}} \times \left(1 + \frac{1}{3}\right) = \frac{-4}{3\sqrt{3}}$

$|\sin x + \cos x| = \pm\sqrt{\sin^2 x + \cos^2 x + 2\sin x \cos x} = \pm\sqrt{1 - \frac{2}{3}} = \pm\sqrt{\frac{1}{3}}$

$\hookrightarrow$ ۱*: $\sin x + \cos x = \frac{-1}{\sqrt{3}}$

$\hookrightarrow \frac{1}{\frac{-4}{3\sqrt{3}}} = \frac{-3\sqrt{3}}{4}$ جواب: ✓

۴

$\cos\theta = \frac{4}{10}$ → $S_{\square} = ? = \frac{(2+8)\times h}{2} = \frac{7h}{2}$

$\cos\alpha = \frac{3}{5} = \frac{y}{x}$ → $\begin{cases} y = 3m \\ x = 5m \end{cases}$ → $4m + 2 = 5$ ⇒ $4m = 3$ ⇒ $m = \frac{1}{2}$

$\cos\beta = \frac{8}{10} = \frac{4}{5}$

$\sin\beta = \frac{h}{5} = \frac{8}{10}$

$S = \frac{(2+8)}{2} \times 4 = 20$

$\Rightarrow S = \frac{7\times 4}{2} = 14$ جواب: ✓

$h = \sqrt{25 - \frac{9}{4}} = \frac{4}{2} = 2$

۵

$\tan(270^\circ)\times\tan(-170^\circ) - \sin(190^\circ)\times\cos(270^\circ) = k\cos^2 10^\circ$ → $k = ?$

$\hookrightarrow -\tan(270^\circ + 10^\circ)\times\tan(180^\circ + 10^\circ) - [\sin(180^\circ + 10^\circ)\times\cos(270^\circ - 10^\circ)]$

$\Rightarrow -\cot 10^\circ \times \tan 10^\circ - [\sin 10^\circ \times -\sin 10^\circ] \Rightarrow -1 - (-\sin^2 10^\circ) = \sin^2 10^\circ - 1 = k\cos^2 10^\circ$

$\hookrightarrow \sin^2 10^\circ - 1 = -\cos^2 10^\circ = k\cos^2 10^\circ$ ⇒ $k = -1$ جواب: ✓

۴) $A = \sqrt{3}\sin 7 = \frac{\sqrt{3}}{2}\sin(270 - 27) - \sqrt{2}\sin 7 \frac{\sqrt{2}}{2}\cos(180 - 27)$

→ $\frac{\sqrt{3}}{2}\cos(27)$ → برابر $\frac{\sqrt{3}}{2}$

۶

$A = \sqrt{۲}\cos(۲۱۰^\circ)\times\sin(۲۴۰^\circ) - \sqrt{۲}\sin(۲۴۰^\circ) - \sqrt{۲}\sin(۱۳۵^\circ)\times\cos(۱۵۰^\circ) \Rightarrow \frac{A}{\cos(۲۲۰^\circ)} = ?$

$\sqrt{۲}\times\frac{-\sqrt{۳}}{۲}\times\underbrace{\sin(۲۷۰-۳۰)}_{-\cos ۳۰} - \sqrt{۲}\times\underbrace{\sin(۲۷۰-۳۰)}_{-\cos ۳۰} - \sqrt{۲}\times\frac{\sqrt{۲}}{۲}\times\underbrace{\cos(۱۸۰-۴۵)}_{-\cos ۴۵}$

$\Rightarrow -\cos ۲۲۰^\circ\times\left(\frac{\sqrt{۶}\times-\sqrt{۳}}{۲} - \sqrt{۲} - \sqrt{۲}\times\frac{\sqrt{۲}}{۲}\right) = -\cos ۲۲۰\times\left(\frac{-۳}{۲} - \sqrt{۲} - ۱\right) = A$

$\frac{A}{\cos ۲۲۰} = \frac{\cos ۲۲۰\times\left(\frac{۵}{۲}+\sqrt{۲}\right)}{\cos ۲۲۰} = \frac{۵}{۲}+\sqrt{۲}$ جواب:

۷

$f(x) = ۱۲\cos^۲(۳x)\times\cos^۲(۶x)\times\cos^۲(۱۲x)\times\cos^۲(۲۴x) \Rightarrow f(\frac{\pi}{۲۴}) = ?$

$۱۲\times\cos^۲(\frac{۳\pi}{۲۴})\times\cos^۲(۶\times\frac{\pi}{۲۴})\times\cos^۲(۱۲\times\frac{\pi}{۲۴})\times\cos^۲(۲۴\times\frac{\pi}{۲۴}) = ?$

$\cos^۲(\frac{۲\pi}{۲}) = ۰$ جواب: $۱۲\times ۰ = ۰$

$f(\frac{\pi}{۲۴}) = ۱۲\cos^۲(\frac{\pi}{۱۲})\cos^۲(\frac{\pi}{۶})\cos^۲(\frac{\pi}{۳})\cos^۲(\frac{\pi}{۲})$

$\cos^۲\frac{\pi}{۱۲} = \frac{۱+\cos\frac{\pi}{۶}}{۲} = \frac{۲+\sqrt{۳}}{۴}$ $\quad ۱۲\times\left(\frac{۲+\sqrt{۳}}{۴}\right)\times\frac{۱}{۴}\times\frac{۱}{۴} = \frac{۳(۲+\sqrt{۳})}{۱۶}$

۸

$\frac{۱-\sin x}{۱+\sin x} = ۶ \rightarrow \tan\frac{x}{۲} = ?$ x در ناحیه سوم!

$\frac{\times(۱-\sin x)}{(۱-\sin x)}$ $\frac{۱+\sin^۲x-۲\sin x}{۱-\sin^۲x} = ۶ \Rightarrow ۱+\sin^۲x-۲\sin x = ۶-۶\sin^۲x \Rightarrow ۷\sin^۲x-۲\sin x-۵ = ۰$

$\Rightarrow a+b+c = ۰ \rightarrow \sin x = ۱, \frac{-۵}{۷}$ (غ ق ق) $\quad \sin x = -۱ \rightarrow x = \frac{\pi}{۲} \rightarrow \tan\frac{\pi}{۴} = ۱$ جواب:

$۱-\sin\alpha = ۶+۶\sin\alpha \rightarrow \sin\alpha = \frac{-۵}{۷}$, $\cos\alpha = \frac{-۶}{۷}$ $\quad \cos^۲\frac{\alpha}{۲} = \frac{۱+\cos\alpha}{۲} = \frac{۱}{۱۰}$

$۱+\tan^۲\frac{\alpha}{۲} = \frac{۱}{\cos^۲\frac{\alpha}{۲}} \rightarrow \tan\frac{\alpha}{۲} = \pm ۳$ $\frac{\alpha}{۲}$ در ناحیه ۴ $\quad \tan\frac{\alpha}{۲} = -۳$

۹

$\frac{\sin\alpha}{۱-\cos\alpha} + \frac{۱+\cos\alpha}{\sin\alpha} = k\cot\frac{\alpha}{۲} \rightarrow k = ?$ $\quad \sin^۲\alpha+\cos^۲\alpha$

$\frac{\sin^۲\alpha+۱-\cos^۲\alpha}{\sin\alpha\times(۱-\cos\alpha)} = \frac{۲\sin^۲\alpha}{\sin\alpha(۱-\cos\alpha)} = ۲\times\underbrace{\frac{\sin\alpha}{۱-\cos\alpha}}_{\cot\frac{\alpha}{۲}} = ۲\cot\frac{\alpha}{۲} = k\cot\frac{\alpha}{۲} \Rightarrow k = ۲$ جواب:

۱۰

$\sin\alpha = \frac{\sqrt{۶}}{۱۰} \rightarrow \cos(\frac{۱۱\pi}{۲}+\alpha) = ?$ α در ناحیه سوم!

$x = \sqrt{۱۰۰-۶} = \sqrt{۹۴} = ۷\sqrt{۲}$

$\cos(۶\pi+\frac{۳\pi}{۲}+\alpha) = \cos(\frac{۳\pi}{۲}+\alpha) = -\cos\alpha\cdot\sin\frac{۳\pi}{۲} - \sin\alpha\cdot\cos\frac{۳\pi}{۲}$

$= \frac{۷\sqrt{۲}}{۱۰}\times\left(\frac{۸}{۱۰}\right) - \frac{۶\sqrt{۶}}{۱۰}\times ۰ = \frac{۵۶\sqrt{۲}}{۱۰۰}$ جواب:

$\frac{۵}{۳} = \frac{۱۰}{۶}$ $\quad \frac{۱۰}{۸\sqrt{۶}}$ مخرج گویا!