تکلیف شماره ۲۸

Date.

یازدهم رخشه A

سانیا سلیم محمدی

۱ـ

$$\cot\alpha=\frac{\cos\alpha}{\sqrt{1-\cos^2\alpha}}\ ,\ \frac{1}{\sqrt{\cos^2\alpha}}-\frac{1}{\cot\alpha}=\frac{1-\sin\alpha}{|\cos\alpha|}\ \Rightarrow\ \boxed{\text{ناحیه دوم}}$$

↑ ناحیه ۱ یا ۲

می‌دانیم ← $\cot\alpha=\frac{\cos\alpha}{\sin\alpha}\Rightarrow\sqrt{1-\cos^2\alpha}=\sin\alpha\Rightarrow|\sin\alpha|=\sin\alpha\Rightarrow\sin\alpha>0$

$\frac{1}{|\cos\alpha|}-\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}=\frac{1-\sin\alpha}{\cos\alpha}$ صورت‌ها مشابه، مخرج‌ها هم مشابه‌اند $\Rightarrow|\cos\alpha|=\cos\alpha$

$\Leftrightarrow\cos\alpha>0$ ⟵ ناحیه ۱ یا ۴

۲ـ

$m=?$ $\qquad\sin 2x=\frac{m-1}{4}\ ,\ \frac{-\pi}{12}<x<\frac{5\pi}{12}$

$m\in(-1,5]$

$\longleftarrow\ \Leftrightarrow\ \frac{-\pi}{6}<2x<\frac{5\pi}{6}$

$-\frac{1}{2}<\frac{m-1}{4}\leq1\Rightarrow-2<m-1\leq4\quad\Leftarrow\quad-\frac{1}{2}<\sin2x\leq1$

$\Leftrightarrow-1<m\leq5$

۳ـ

$\begin{cases}3\pi<4x<4\pi\\ \tan x+\cot x=-3\end{cases}$

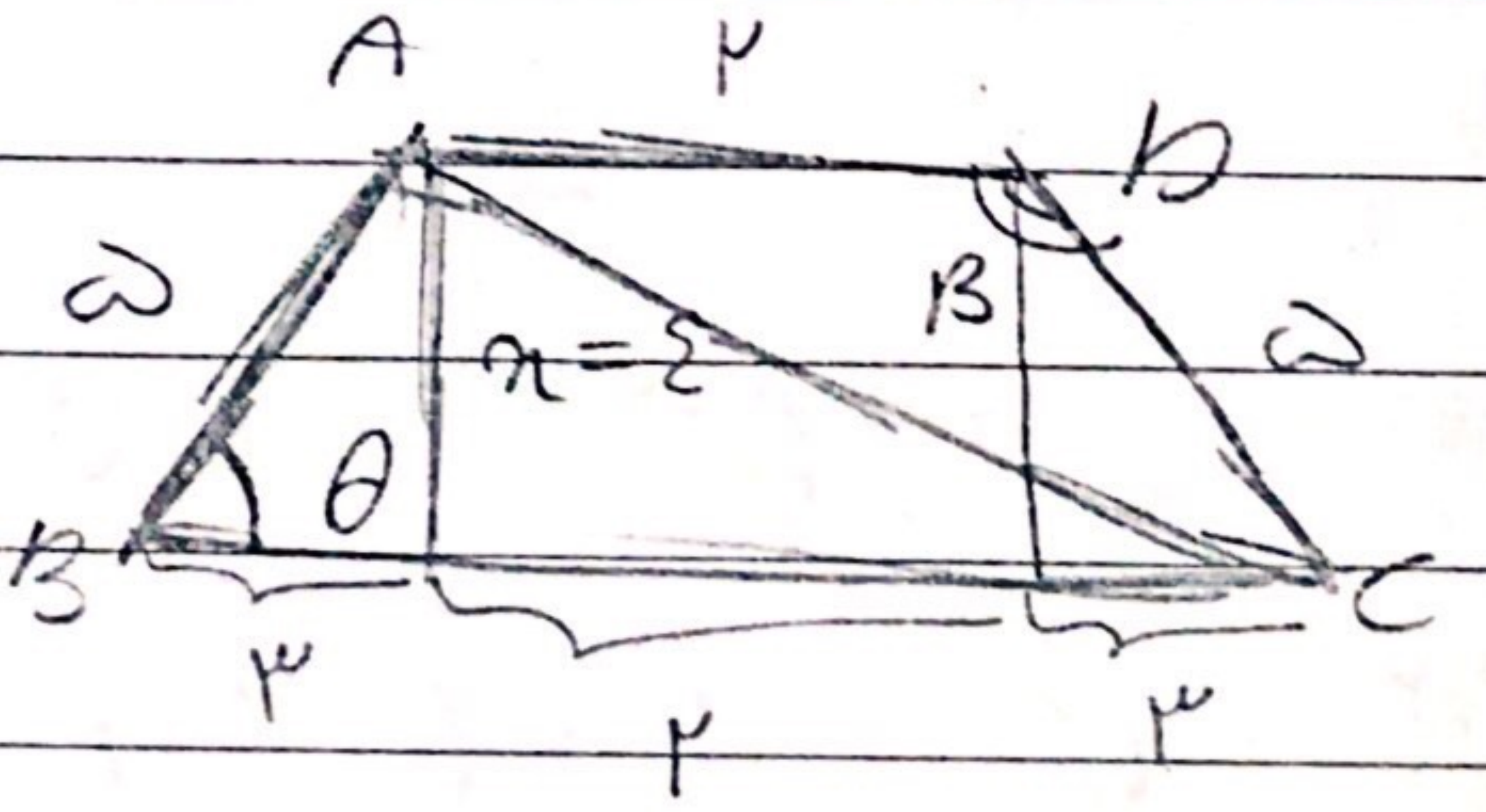
$\frac{1}{\sin^3x+\cos^3x}$ $\quad\overset{*}{\Longrightarrow}\ \underbrace{\sin^2x+\cos^2x}_{1}\ \underbrace{-\sin x\cos x}_{1}=\boxed{\frac{4}{3}}\quad -\frac{1}{3}$

$(\sin x+\cos x)^2=\sin^2x+\cos^2x+2\sin x\cos x=\frac{1}{3}\Rightarrow|\sin x+\cos x|=\boxed{\frac{\sqrt3}{3}}$

$\Leftrightarrow\ \frac{1}{(\sin x+\cos x)(\sin^2x+\cos^2x-\sin x\cos x)}\ \overset{*}{=}\ \frac{1}{\frac{4}{3}\times-\frac{\sqrt3}{3}}=\boxed{\frac{-9}{4\sqrt3}}$ $\qquad\boxed{-\frac{\sqrt3}{3}}=\sin x+\cos x$ ✓

می‌دانیم ← $\tan x+\cot x=\frac{2}{\sin2x}\Rightarrow-6\sin x\cos x=2\Rightarrow\sin x\cos x=-\frac{1}{3}$ $\quad\frac{3\pi}{4}<x<\pi\Rightarrow|\cos x|>|\sin x|$

۴ـ



$\cos\theta=0.6$

$\Leftrightarrow\sin\theta=0.8$

$x=\sin\theta\times5=\frac{8}{\cancel{10}_2}\times\cancel{5}=④$

می‌دانیم $\beta+\theta=180^\circ\Rightarrow\sin\theta=\sin\beta$

$S_{\overset{\triangle}{ABC}}=8\times\cancel{5}\times\frac{\cancel{8}^{4}}{\cancel{10}}\times\frac{1}{\cancel{2}}=16$

$S_{\overset{\triangle}{ADC}}=\cancel{2}\times5\times\frac{8}{10}\times\frac{1}{\cancel{2}}=4$ $\qquad\Rightarrow S_{\text{کل}}=\boxed{20}$

$\tan(۲۸۵°)\tan(-۱۶۵°) - \sin(۱۰۹۵°)\cos(۲۵۵°) = k\cos^۲ ۱۵°$ -۵

$\tan(\frac{۳\pi}{۲}+۱۵°) \times -\tan(\pi-۱۵°) - \sin(۶\pi+۱۵)\cos(\frac{۳\pi}{۲}-۱۵)$

$\underbrace{-\cot ۱۵° \times \tan ۱۵}_{-۱} \underbrace{- \sin ۱۵ \times -\sin ۱۵}_{+\sin^۲ ۱۵} = \sin^۲ ۱۵° - ۱$

$-(۱-\sin^۲ ۱۵°) = -\cos^۲ ۱۵° \Rightarrow \boxed{k=-۱}$

$A = \sqrt{۳}\cos(۲۱۰°)\sin(۲۴۳°) - \sqrt{۲}\sin(۱۳۵°)\cos(۱۵۳°) =$ -۶

$\sqrt{۳}\left(\underbrace{\cos(\frac{۳\pi}{۲}-\frac{\pi}{۳})}_{-\sin\frac{\pi}{۳}}\right)\left(\sin(\pi+۶۳)\right) - \sqrt{۲}\left(\left(\sin\frac{۳\pi}{۴}\right)\left(\cos(\pi-۲۷°)\right)\right)$

$\cos(۲۷°)$

$-\sqrt{۲}\left(\frac{\sqrt{۲}}{۲} \times -\cos ۲۷°\right) = +\cos ۲۷°$

$\sqrt{۳}\left(\frac{-\sqrt{۳}}{۲} \times -\cos ۲۷°\right) = +\frac{۳}{۲}\cos ۲۷°$

$\sin(\pi+۶۳) = -\sin ۶۳° = -\cos ۲۷°$

$\Rightarrow A = \frac{۳}{۲}\cos ۲۷° + \cos ۲۷° \Rightarrow \frac{\frac{۵}{۲}\cancel{\cos ۲۷°}}{\cancel{\cos ۲۷°}} = \boxed{\frac{۵}{۲}}$

$f(x) = ۱۶\cos^۲(۳x)\cos^۲(۶x)\cos^۲(۱۲x)\cos^۲(۲۴x)$ -۷

$f(\frac{\pi}{۳۶}) = ?$

$\Rightarrow ۱۶\cos^۲(\frac{\pi}{۱۲})\cos^۲(\frac{\pi}{۶})\cos^۲(\frac{\pi}{۳})\cos^۲(\frac{۲\pi}{۳})$

$= \overset{۴}{\cancel{۱۶}} \times \left(\frac{۲+\sqrt{۳}}{\cancel{۴}}\right) \times \left(\frac{۳}{\cancel{۴}}\right) \times \left(\frac{۱}{۴}\right) \times \left(\frac{۱}{۴}\right) =$

$\cos^۲\frac{\pi}{۱۲} = \frac{۱+\cos\frac{\pi}{۶}}{۲} = \frac{۱+\frac{\sqrt{۳}}{۲}}{۲} = \frac{۲+\sqrt{۳}}{۴}$

$\frac{۷+۴\sqrt{۳}}{۱۶}$

$\boxed{\frac{۶+۳\sqrt{۳}}{۱۶}}$

۸)

$$\frac{۱-\sin x}{۱+\sin x}=۴$$ x در ربع سوم $\tan\frac{x}{۲}$

$$\frac{۱-\sin x}{۱+\sin x}\times\frac{۱+\sin x}{۱+\sin x}=\frac{۱-\sin^۲ x}{(۱+\sin x)^۲}=\frac{\cos^۲ x}{\left(\frac{۴}{۲۵}\right)}=\frac{۲۵\cos^۲ x}{۴}=۴$$

$$\Rightarrow \cos x=-\frac{۴}{۵}$$

$$۱-\sin x=۴+۴\sin x \Rightarrow ۵\sin x=-۳ \Rightarrow \sin x=-\frac{۳}{۵}$$

$$\sin^۲\frac{x}{۲}=\frac{۱-\cos x}{۲}=\frac{\frac{۵}{۵}+\frac{۴}{۵}}{۲}=\frac{۹}{۱۰} \Rightarrow \tan^۲\frac{x}{۲}=۹$$

$$\cos^۲\frac{x}{۲}=\frac{۱+\cos x}{۲}=\frac{\frac{۵}{۵}-\frac{۴}{۵}}{۲}=\frac{۱}{۱۰} \qquad \Downarrow \qquad \tan\frac{x}{۲}=\pm ۳$$

$\tan\frac{x}{۲}=\boxed{-۳}$ ⇐ وقتی x در ربع سوم باشه $\frac{x}{۲}$ در ربع دومه

---

۹)

$$\frac{\sin\theta}{۱-\cos\theta}+\frac{۱+\cos\theta}{\sin\theta}=k\cot\frac{\theta}{۲} \qquad k=?$$

$\cos\frac{\theta}{۲}$

$$۱-\cos\theta=۲\sin^۲\frac{\theta}{۲}$$

$$\Leftarrow \underbrace{\frac{\cancel{۲}\cancel{\sin\frac{\theta}{۲}}\cos\frac{\theta}{۲}}{\cancel{۲}\cancel{\sin^۲\frac{\theta}{۲}}}}_{\cot\frac{\theta}{۲}}+\underbrace{\frac{\cancel{۲}\cancel{\cos^۲\frac{\theta}{۲}}}{\cancel{۲}\sin\frac{\theta}{۲}\cancel{\cos\frac{\theta}{۲}}}}_{\cot\frac{\theta}{۲}}=۲\cot\frac{\theta}{۲}$$

$\frac{\sin\theta}{۲}$

$$\Rightarrow \boxed{k=۲}$$

---

۱۰) α در ربع دوم

$$\cos\left(\frac{۱۱\pi}{۴}+\alpha\right) \qquad \sin\alpha=\frac{\sqrt{۲}}{۱۰}$$

$$\cos\left(۳\pi-\left(\frac{\pi}{۴}-\alpha\right)\right)=-\cos\left(\frac{\pi}{۴}-\alpha\right)=-\left(\cos\frac{\pi}{۴}\cos\alpha+\sin\frac{\pi}{۴}\sin\alpha\right)$$

$$\frac{\sqrt{۲}}{۲}\times\frac{\sqrt{۲}}{۱۰}+\frac{\sqrt{۲}}{۲}\times\frac{-۷\sqrt{۲}}{۱۰}$$

$$=-\left(\frac{۲}{۲۰}-\frac{۱۴}{۲۰}\right)=\frac{۱۲}{۲۰}=\boxed{\frac{۳}{۵}}$$

$$\sin^۲\alpha+\cos^۲\alpha=۱$$

$$\Downarrow$$

$$\frac{۱۰۰}{۱۰۰}-\frac{۲}{۱۰۰}=\frac{۹۸}{۱۰۰}=\cos^۲\alpha$$

$$\Downarrow$$

$$\cos\alpha=-\frac{\sqrt{۹۸}}{۱۰}=-\frac{۷\sqrt{۲}}{۱۰}$$