نام و نام خانوادگی .[illegible]................ پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ..۲۸.. کلاس ...یازدهم تجربی ۸...........

۱۸,۷۵

۱ اگر $\frac{1-\sin\alpha}{|\cos\alpha|} = \frac{1}{\sqrt{\cos^2\alpha}} - \frac{1}{\cot\alpha}$ و $\cot\alpha = \frac{\cos\alpha}{\sqrt{1-\cos^2\alpha}}$ باشد، انتهای کمان α در کدام ناحیه مثلثاتی ؟

(I)

$$\frac{1}{\sqrt{\cos^2\alpha}} - \frac{1}{\cot\alpha} = \frac{1}{|\cos\alpha|} - \tan\alpha = \frac{1}{|\cos\alpha|} - \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} = \frac{1-\sin\alpha}{|\cos\alpha|}$$

بنابراین cosα باید + باشد ⇒ پس باید ناحیه اول یا در ناحیه چهارم است.

۱

$$-\frac{\cos\alpha}{\sqrt{1-\cos^2\alpha}} = -\frac{\cos\alpha}{\sqrt{\sin^2\alpha}} = -\frac{\cos\alpha}{|\sin\alpha|} \Rightarrow$$

برای اینکه $\cot\alpha =$ باشد $\sin\alpha < 0$ (II)

⇓

یا ناحیه ۳ یا ۴

$(I) \cap (II) =$ ناحیه ۴

✓

۲ اگر $-\frac{\pi}{12} < x < \frac{5\pi}{12}$ ، $\sin 2x = \frac{m-1}{4}$ باشد، محدوده متغیر m را بیابید.

$$-\frac{\pi}{12} < x < \frac{5\pi}{12} \xrightarrow{\times 2} -\frac{\pi}{6} < 2x < \frac{5\pi}{6} \rightsquigarrow \min\sin = -\frac{1}{2}$$

$$\rightsquigarrow \max\sin = 1$$

$$-\frac{1}{2} < \frac{m-1}{4} < 1 \overset{\times 4}{\rightsquigarrow} -2 < m-1 \leq 4 \rightsquigarrow -1 < m \leq 5$$

[illegible]

✓

۳ اگر $\tan x + \cot x = -3$ ، $3\pi < 4x < 4\pi$ باشد، حاصل $\frac{1}{\sin^3 x + \cos^3 x}$ را بیابید.

$$\tan x + \cot x = -3 \longrightarrow \frac{\sin}{\cos} + \frac{\cos}{\sin} = -3 \longrightarrow \frac{\sin^2 x + \cos^2 x}{\sin x \cdot \cos x} = -3 \Rightarrow \frac{1}{\sin x \cos x} = -3 \Rightarrow \sin x \cos x = \left(-\frac{1}{3}\right)$$

۱,۷۵

$$\longrightarrow \sin 2x = 2\sin x\cos x = \left(\frac{2}{3}\right)$$

$$3\pi < 4x < 4\pi \xrightarrow{\div 4} \frac{3\pi}{4} < x < \pi :$$ در ربع ۲ ⇓ $\sin x + \cos x < 0$

$$(\sin x + \cos x)^2 = \cancel{\sin^2 x + \cos^2 x} + 2\sin x\cos x : \quad 1 - \frac{2}{3} = \left(\frac{1}{3}\right) \Rightarrow \sin x + \cos x = \left(\frac{-1}{\sqrt{3}}\right) :$$ در ناحیه دوم

$$A = \sin^3 x + \cos^3 x = \underbrace{(\sin x + \cos x)}_{-\frac{1}{\sqrt{3}}}\underbrace{(1 - \sin x\cos x)}_{\frac{4}{3}} = \frac{-4}{3\sqrt{3}} \qquad \frac{1}{A} = -\frac{3\sqrt{3}}{4}$$ جواب

۴ در یک ذوزنقه متساوی الساقین اندازه‌ی قاعده‌ی کوچک و هر ساق به ترتیب ۲ و ۵ است. اگر $\cos\theta = 0/9$ و θ زاویه‌ای حاده بین ساق و یکی از قاعده ها باشد، مساحت ذوزنقه ؟

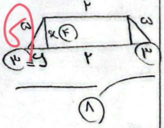
$$\sin^2 + \cos^2 = 1 \Rightarrow \sin^2\alpha + \underbrace{(0/9)^2}_{0/81} = 1 \Rightarrow \sin = 0/8$$

$$\sin\alpha = \frac{x}{5} = 0/8 \rightarrow 5 \times \frac{8}{10} = (4) \Rightarrow$$ ارتفاع

$$\cos\alpha = \frac{y}{5} = 0/9 \rightarrow 5 \times \frac{9}{10} = (3)$$

$$\frac{1}{2} \times (8 + 2) \times 4 = 20$$

جواب



[illegible]

۵ حاصل عبارت $\tan(285)\tan(-165) - \sin(1095)\cos(255)$ به صورت $k\cos^2 15$ است. مقدار k؟

$$A = \underbrace{\tan(285)}_{(I)}\underbrace{\tan(-165)}_{(II)} - \underbrace{\sin(1095)}_{(III)}\underbrace{\cos(255)}_{(IV)}$$

$$(I) \rightsquigarrow \tan(\overset{\frac{3\pi}{2}}{270} + 15) = -\cot(15)$$

$$(II) \rightsquigarrow -\tan(165) = -\tan(\overset{\pi}{180} - 15) = \tan(15)$$

$$(III) \rightsquigarrow \sin(1080 + 15) = \sin(15)$$

$$(IV) \rightsquigarrow \cos(270 - 15) = -\sin(15)$$

$$A = -\cot(15)\tan(15) + \sin^2(15) = -1 + \sin^2(15) = -\cos^2(15)$$

$$-1 = k$$

[illegible]

۶

حاصل عبارت $A=\sqrt{۳}\cos(۲۱۰)\sin(۲۴۳)-\sqrt{۲}\sin(۱۳۵)\cos(۱۵۳)$ چند برابر $\cos(۲۷)$ است؟

$\cos(۲۱۰)=-\frac{\sqrt{۳}}{۲}$ ، $۶۳+۱۸۰=۲۴۳ \Downarrow -\sin۶۳$ ، $\sin(۱۳۵)=\frac{\sqrt{۲}}{۲}$ ، $۱۸۰-۲۷=۱۵۳ \Downarrow -\cos۲۷$

$$A=\sqrt{۳}\times\frac{-\sqrt{۳}}{۲}\times(-\sin۶۳)-\cancel{\sqrt{۲}}\times\frac{\cancel{\sqrt{۲}}}{۲}\times(-\cos۲۷) \qquad \frac{۲}{۲}=①$$

$$۲۷+۶۳=۹۰ \Downarrow \sin۶۳=\cos۲۷ \;*$$

$$A=\frac{-۳}{۲}\times(-\sin۶۳)-(-\cos۲۷)\xrightarrow{*}$$

$$\xrightarrow{*} A=(-\frac{۳}{۲}\times\cos۲۷)+\cos۲۷ \Rightarrow \frac{۵}{۲}\cos۲۷ \Longrightarrow$$ $\frac{۵}{۲}$ برابر

۷

اگر $f(x)=۱۶\cos^۲(۳x)\cos^۲(۶x)\cos^۲(۱۲x)\cos^۲(۲۴x)$ باشد، مقدار $f(\frac{\pi}{۳۶})$ را بیابید.

طرفین $\times\sin^۲۳x$ ←

$$f(x)\sin^۲۳x=۱۶\sin^۲(۳x)\cos^۲(۶x)\cos^۲(۱۲x)\cos^۲(۲۴x)$$

$$\longrightarrow f(x)\sin^۲۳x=۴\sin^۲۶x\cos^۲۶x\cos^۲۱۲x\cos^۲۲۴x=\sin^۲۱۲x\cos^۲۱۲x\cos^۲۲۴x$$

$$=\frac{۱}{۴}\sin^۲۲۴x\cos^۲۲۴x=\frac{۱}{۱۶}\sin^۲۴۸x \Longrightarrow f(x)=\frac{\sin^۲۴۸x}{۱۶\sin^۲۳x}$$

$$f(\frac{\pi}{۳۶})=\frac{\sin^۲\frac{۴۸\pi}{۳۶}}{۱۶\sin^۲\frac{\pi}{۱۲}}=\frac{\sin^۲(\frac{\pi}{۳})}{۱۶\sin^۲(\frac{\pi}{۱۲})}=\frac{۳/۴}{۸(۱-\cos\frac{\pi}{۶})}=\frac{۳}{۴\times۸\times(۱-\frac{\sqrt{۳}}{۲})}=\frac{۳(۲+\sqrt{۳})}{۱۶}$$

$$۱۶(۲-\sqrt{۳})$$

✓

۸

اگر انتهای کمان x در ربع سوم و $\frac{۱-\sin x}{۱+\sin x}=۴$ باشد، مقدار صحیح $\tan\frac{x}{۲}$ را بیابید.

$$\frac{۱-\sin x}{۱+\sin x}=۴\longrightarrow ۱-\sin x=۴+۴\sin x\Longrightarrow ۵\sin x=-۳\Longrightarrow \sin x=\frac{-۳}{۵}$$

$$\cos^۲x=۱-\sin^۲x=۱-\frac{۹}{۲۵}=\frac{۱۶}{۲۵}\Longrightarrow \cos x=\pm\frac{۴}{۵}\xrightarrow{\text{ربع سوم}}\cos x=\frac{-۴}{۵}$$

$$\frac{۱-\cos x}{۱+\cos x}=\frac{۲\sin^۲(\frac{x}{۲})}{۲\cos^۲(\frac{x}{۲})}=\tan^۲(\frac{x}{۲})\Longrightarrow \tan^۲(\frac{x}{۲})=\frac{۱-(-\frac{۴}{۵})}{۱+(-\frac{۴}{۵})}\Longrightarrow \tan^۲(\frac{x}{۲})=\frac{\frac{۹}{۵}}{\frac{۱}{۵}}=۹\Rightarrow \tan(\frac{x}{۲})=\pm$$

$$\pi<x<\frac{۳\pi}{۲}\overset{\div۲}{\Longrightarrow}\frac{\pi}{۲}<\frac{x}{۲}<\frac{۳\pi}{۴}:$$ ناحیه دوم

$\tan\frac{x}{۲}=-۳$ ⟿ زیرا $\frac{x}{۲}$ در ناحیه دوم است

۹

ساده شده عبارت $\frac{۱+\cos\theta}{\sin\theta}+\frac{\sin\theta}{۱-\cos\theta}$ به صورت $k\cot\frac{\theta}{۲}$ است. مقدار k؟ (۲)

$$\frac{\sin\theta}{۱-\cos\theta}+\frac{۱+\cos\theta}{\sin\theta}=\frac{\sin^۲\theta+(۱-\cos^۲\theta)}{(۱-\cos\theta)\sin\theta}=\frac{۲\sin^۲\theta}{(۱-\cos\theta)\sin\theta}=\frac{۲\sin\theta}{۱-\cos\theta}=$$

$$\frac{۲\times۲\sin\frac{\theta}{۲}\cos\frac{\theta}{۲}}{۲\sin^۲\frac{\theta}{۲}}=۲\cot\frac{\theta}{۲}$$

✓

۱۰

اگر انتهای کمان α در ربع دوم دایره‌ی مثلثاتی و $\sin\alpha=\frac{\sqrt{۲}}{۱۰}$ باشد، مقدار $\cos(\frac{۱۱\pi}{۴}+\alpha)$ را بیابید.

$\cos<۰$

$$\sin^۲x+\cos^۲x=۱\longrightarrow\frac{۲}{۱۰۰}+\cos^۲x=۱\longrightarrow\cos^۲x=\frac{۹۸}{۱۰۰}=\frac{۴۹}{۵۰}\longrightarrow\cos=-\frac{۷}{\sqrt{۵۰}}=\frac{-۷}{۵\sqrt{۲}}$$

$$\cos(\frac{۱۱\pi}{۴}+\alpha)\Longrightarrow\cos(۲\pi+(\frac{۳\pi}{۴}+\alpha))=\cos(\frac{۳\pi}{۴}+\alpha):\underbrace{\cos\frac{۳\pi}{۴}}_{-\frac{\sqrt{۲}}{۲}}\times\underbrace{\cos\alpha}_{\frac{-۷}{۵\sqrt{۲}}}-\underbrace{\sin\frac{۳\pi}{۴}}_{\frac{\sqrt{۲}}{۲}}\underbrace{\sin\alpha}_{\frac{\sqrt{۲}}{۱۰}}$$

$$\Longrightarrow\frac{+۷}{۱۰}-\frac{۱}{۱۰}=\frac{۶}{۱۰}=\boxed{\frac{۳}{۵}}$$ جواب

$$۱)\ \cot\alpha=\frac{\cos\alpha}{\sin\alpha}=\frac{\cos\alpha}{|\sin\alpha|}\rightarrow|\sin\alpha|=\sin\alpha\longrightarrow\sin\alpha>۰$$

$$\frac{۱}{\sqrt{\cos^۲\alpha}}-\frac{۱}{\cot\alpha}=\frac{۱-\sin\alpha}{|\cos\alpha|}\longrightarrow\cos\alpha=|\cos\alpha|\rightarrow\cos>۰$$

ناحیه اول