نام و نام خانوادگی .مبارینا بابامرادی. پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ..۲۸.. کلاس ...یازدهم ریاضی ۸...

۱ اگر $\frac{1}{\sqrt{\cos^2\alpha}} - \frac{1}{\cot\alpha} = \frac{1-\sin\alpha}{|\cos\alpha|}$ و $\cot\alpha = \frac{\cos\alpha}{\sqrt{1-\cos^2\alpha}}$ باشد، انتهای کمان α در کدام ناحیه مثلثاتی؟

(I)

$$\frac{1}{\sqrt{\cos^2\alpha}} - \frac{1}{\cot\alpha} = \frac{1}{|\cos\alpha|} - \tan\alpha = \frac{1}{|\cos\alpha|} - \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} = \frac{1-\sin\alpha}{|\cos\alpha|}$$

بنابراین $\cos\alpha$ باید + باشد ⇒ پس یا در ناحیه‌ی اول یا در ناحیه‌ی چهارم است.

$$-\frac{\cos\alpha}{\sqrt{1-\cos^2\alpha}} = -\frac{\cos\alpha}{\sqrt{\sin^2\alpha}} = -\frac{\cos\alpha}{|\sin\alpha|} \Rightarrow$$

برای اینکه $\cot\alpha =$ باشد $\sin\alpha < 0$ (II)

⇓

یا ناحیه ۳ یا ۴

$(\mathrm{I}) \cap (\mathrm{II}) =$ ناحیه ۴

۲ اگر $-\frac{\pi}{12} < x < \frac{5\pi}{12}$ ، $\sin 2x = \frac{m-1}{4}$ باشد، مجموعه مقادیر m را بیابید.

$$-\frac{\pi}{12} < x < \frac{5\pi}{12} \xrightarrow{\times 2} -\frac{\pi}{6} < 2x < \frac{5\pi}{6} \rightsquigarrow \min \sin = -\frac{1}{2},\quad \max \sin = 1$$

$$-\frac{1}{2} < \frac{m-1}{4} \le 1 \xrightarrow{\times 4} -2 < m-1 \le 4 \rightsquigarrow -1 < m \le 5$$

۳ اگر $\tan x + \cot x = -3$ ، $3\pi < 4x < 4\pi$ باشد، حاصل $\frac{1}{\sin^3 x + \cos^3 x}$ را بیابید.

$$\tan x + \cot x = -3 \longrightarrow \frac{\sin}{\cos} + \frac{\cos}{\sin} = -3 \longrightarrow \frac{\sin^2 x + \cos^2 x}{\sin x \cdot \cos x} = -3 \Rightarrow \frac{1}{\sin x \cos x} = -3 \Rightarrow \sin x \cos x = -\frac{1}{3}$$

$$\longrightarrow \sin 2x = 2\sin x \cos x = \frac{2}{3}$$

$3\pi < 4x < 4\pi \xrightarrow{\div 4} \frac{3\pi}{4} < x < \pi$: در ربع ۲ ⇓ $\sin x + \cos x < 0$

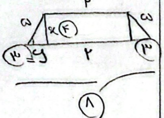
$$(\sin x + \cos x)^2 = \cancel{\sin^2 x + \cos^2 x}_{1} + 2\sin x \cos x : \quad 1 - \frac{2}{3} = \frac{1}{3} \Rightarrow \sin x + \cos x = -\frac{1}{\sqrt{3}}$$: در ناحیه دوم

$$A = \sin^3 x + \cos^3 x = \underbrace{(\sin x + \cos x)}_{-\frac{1}{\sqrt{3}}}\underbrace{(1 - \sin x \cos x)}_{\frac{4}{3}} = \frac{-4}{3\sqrt{3}}$$

$\frac{1}{A} = \frac{3\sqrt{3}}{4}$ جواب

۴ در یک ذوزنقه‌ی متساوی الساقین اندازه‌ی قاعده‌ی کوچک و هر ساق به ترتیب ۲ و ۵ است. اگر $\cos\theta = 0.6$ ، θ زاویه‌ی حاده بین ساق و یکی از قاعده ها باشد، مساحت ذوزنقه؟

$$\sin^2 + \cos^2 = 1 \Rightarrow \sin^2\alpha + \underbrace{(0.6)^2}_{0.36} = 1 \Rightarrow \sin = 0.8$$



$$\sin\alpha = \frac{x}{5} = 0.8 \rightarrow 5 \times \frac{8}{10} = 4$$ ⇒ ارتفاع

$$\cos\alpha = \frac{y}{5} = 0.6 \rightarrow 5 \times \frac{6}{10} = 3$$

$$\frac{1}{2} \times (8+2) \times 4 = 20$$ جواب

۵ حاصل عبارت $A = \underbrace{\tan(285)}_{(\mathrm{I})}\underbrace{\tan(-165)}_{(\mathrm{II})} - \underbrace{\sin(1095)}_{(\mathrm{III})}\underbrace{\cos(255)}_{(\mathrm{IV})}$ به صورت $k\cos^2 15$ است. مقدار k؟

(I) $\rightsquigarrow \tan(270 + 15) = -\cot(15)$

(II) $\rightsquigarrow -\tan(165) = -\tan(180 - 15) = \tan(15)$

(III) $\rightsquigarrow \sin(1080 + 15) = \sin(15)$

(IV) $\rightsquigarrow \cos(270 - 15) = -\sin(15)$

$$A = -\cot(15)\tan(15) + \sin^2(15) = -1 + \sin^2(15) = -\cos^2(15)$$

$-1 = k$

حاصل عبارت $A=\sqrt{۳}\cos(۲۱۰)\sin(۲۴۳)-\sqrt{۲}\sin(۱۳۵)\cos(۱۵۳)$ چه برابر $\cos(۲۷)$ است؟

$\cos(۲۱۰)=-\frac{\sqrt{۳}}{۲}$ ، $۶۳+۱۸۰=۲۴۳ \Rightarrow -\sin ۶۳$ ، $\sin(۱۳۵)=\frac{\sqrt{۲}}{۲}$ ، $۱۸۰-۲۷=۱۵۳ \Rightarrow -\cos ۲۷$

$A=\sqrt{۳}\times\frac{\sqrt{۳}}{۲}\times(-\sin ۶۳)-\cancel{\sqrt{۲}}\times\frac{\cancel{\sqrt{۲}}}{۲}\times(-\cos ۲۷)$ ، $\frac{۲}{۲}=۱$ ۶

$۲۷+۶۳=۹۰ \Rightarrow \sin ۶۳=\cos ۲۷ \; *$

$A=\frac{-۳}{۲}\times(-\sin ۶۳)-(-\cos ۲۷)\xrightarrow{*}$

$\xrightarrow{*} A=(-\frac{۳}{۲}\times\cos ۲۷)+\cos ۲۷ \Rightarrow \frac{۵}{۲}\cos ۲۷ \Rightarrow \frac{۵}{۲}$ برابر

اگر $f(x)=۱۶\cos^۲(۳x)\cos^۲(۶x)\cos^۲(۱۲x)\cos^۲(۲۴x)$ باشد، مقدار $f(\frac{\pi}{۳۶})$ را بیابید.

طرفین $\times\sin^۲ ۳x \leftarrow$

$f(x)\sin^۲ ۳x=۱۶\sin^۲(۳x)\cos^۲(۳x)\cos^۲(۶x)\cos^۲(۱۲x)\cos^۲(۲۴x)$

$\rightarrow f(x)\sin^۲ ۳x=۴\sin^۲ ۶x\cos^۲ ۶x\cos^۲ ۱۲x\cos^۲ ۲۴x=\sin^۲ ۱۲x\cos^۲ ۱۲x\cos^۲ ۲۴x$ ۷

$=\frac{۱}{۴}\sin^۲ ۲۴x\cos^۲ ۲۴x=\frac{۱}{۱۶}\sin^۲ ۴۸x \Rightarrow f(x)=\frac{\sin^۲ ۴۸x}{۱۶\sin^۲ ۳x}$

$f(\frac{\pi}{۳۶})=\frac{\sin^۲\frac{۴۸\pi}{۳۶}}{۱۶\sin^۲\frac{\pi}{۱۲}}=\frac{\sin^۲(\frac{\pi}{۳})}{۱۶\sin^۲(\frac{\pi}{۱۲})}=\frac{\frac{۳}{۴}}{۸(۱-\cos\frac{\pi}{۶})}=\frac{۳}{۴\times۸\times(۱-\frac{\sqrt{۳}}{۲})}=\frac{۳(۲+\sqrt{۳})}{۱۶}$ ✓

$۱۶(۲-\sqrt{۳})$

اگر انتهای کمان x در ربع سوم و $\frac{۱-\sin x}{۱+\sin x}=۴$ باشد، مقدار صحیح $\tan\frac{x}{۲}$ را بیابید.

$\frac{۱-\sin x}{۱+\sin x}=۴ \rightarrow ۱-\sin x=۴+۴\sin x \Rightarrow ۵\sin x=-۳ \Rightarrow \sin x=\frac{-۳}{۵}$

$\cos^۲ x=۱-\sin^۲ x=۱-\frac{۹}{۲۵}=\frac{۱۶}{۲۵} \Rightarrow \cos x=\pm\frac{۴}{۵}\xrightarrow{\text{ناحیه ۳}}\cos x=\frac{-۴}{۵}$ ۸

$\frac{۱-\cos x}{۱+\cos x}=\frac{۲\sin^۲(\frac{x}{۲})}{۲\cos^۲(\frac{x}{۲})}=\tan^۲(\frac{x}{۲}) \Rightarrow \tan^۲(\frac{x}{۲})=\frac{۱-(-\frac{۴}{۵})}{۱+(-\frac{۴}{۵})} \Rightarrow \tan^۲(\frac{x}{۲})=\frac{\frac{۹}{۵}}{\frac{۱}{۵}}=۹ \Rightarrow \tan(\frac{x}{۲})=\pm۳$

$\pi<x<\frac{۳\pi}{۲}\xrightarrow{\div۲}\frac{\pi}{۲}<\frac{x}{۲}<\frac{۳\pi}{۴}$: ناحیه دوم

$\tan\frac{x}{۲}=-۳$ زیرا $\frac{x}{۲}$ در ناحیه دوم است

ساده شده عبارت $\frac{\sin\theta}{۱-\cos\theta}+\frac{۱+\cos\theta}{\sin\theta}$ به صورت $k\cot\frac{\theta}{۲}$ است. مقدار k؟ (۲)

$\frac{\sin\theta}{۱-\cos\theta}+\frac{۱+\cos\theta}{\sin\theta}=\frac{\sin^۲\theta+(۱-\cos^۲\theta)}{(۱-\cos\theta)\sin\theta}=\frac{۲\sin^۲\theta}{(۱-\cos\theta)\sin\theta}=\frac{۲\sin\theta}{۱-\cos\theta}=$ ۹

$\frac{۲\times۲\sin\frac{\theta}{۲}\cos\frac{\theta}{۲}}{۲\sin^۲\frac{\theta}{۲}}=۲\cot\frac{\theta}{۲}$ ✓

اگر انتهای کمان α در ربع دوم دایره مثلثاتی و $\sin\alpha=\frac{\sqrt{۲}}{۱۰}$ باشد، مقدار $\cos(\frac{۱۱\pi}{۴}+\alpha)$ را بیابید.

$\cos<۰$

$\sin^۲ x+\cos^۲ x=۱ \longrightarrow \frac{۲}{۱۰۰}+\cos^۲ x=۱ \longrightarrow \cos^۲ x=\frac{۹۸}{۱۰۰}=\frac{۴۹}{۵۰}\longrightarrow \cos=-\frac{۷}{\sqrt{۵۰}}=\frac{-۷}{۵\sqrt{۲}}$

$\cos(\frac{۱۱\pi}{۴}+\alpha)\Rightarrow\cos(۲\pi+(\frac{۳\pi}{۴}+\alpha))=\cos(\frac{۳\pi}{۴}+\alpha):\underbrace{\cos\frac{۳\pi}{۴}}_{-\frac{\sqrt{۲}}{۲}}\times\underbrace{\cos\alpha}_{\frac{-۷}{۵\sqrt{۲}}}-\underbrace{\sin\frac{۳\pi}{۴}}_{\frac{\sqrt{۲}}{۲}}\underbrace{\sin\alpha}_{\frac{\sqrt{۲}}{۱۰}}$ ۱۰

$\Rightarrow \frac{+۷}{۱۰}-\frac{۱}{۱۰}=\frac{۶}{۱۰}=\frac{۳}{۵}$ جواب