نام و نام خانوادگی ......الناهیت اصفهانی...........   پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ...۲۸... کلاس ...پنجم ریاضی ۸.............

۱

$\cot\alpha = \frac{\cos\alpha}{\underbrace{\sqrt{1-\cos^2\alpha}}_{\sin^2\alpha}} \Rightarrow \frac{\cos\alpha}{\sin\alpha} = \frac{\cos\alpha}{|\sin\alpha|} \Rightarrow \sin\alpha = |\sin\alpha| \Rightarrow \sin\alpha > 0$

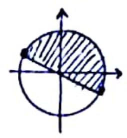
$\frac{1}{\sqrt{\cos^2\alpha}} - \frac{1}{\cot\alpha} = \frac{1-\sin\alpha}{|\cos\alpha|} \Rightarrow \frac{1}{|\cos\alpha|} - \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} = \frac{1-\sin\alpha}{|\cos\alpha|} \Rightarrow \cos\alpha = |\cos\alpha| \Rightarrow \cos\alpha > 0$

($\tan\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$)

$\sin\alpha > 0 , \cos\alpha > 0 \Rightarrow$ ناحیهٔ اول

۲

$\begin{cases} -\frac{\pi}{12} < x < \frac{5\pi}{12} \\ \sin 2x = \frac{m-1}{4} \end{cases}$



$-\frac{\pi}{12} < x < \frac{5\pi}{12} \to -\frac{\pi}{6} < 2x < \frac{5\pi}{6} \to -\frac{1}{2} < \overbrace{\sin 2x}^{\frac{m-1}{4}} \leq 1 \Rightarrow -\frac{1}{2} < \frac{m-1}{4} \leq 1 \Rightarrow -2 < m-1 \leq 4$

$\Rightarrow \boxed{-1 < m \leq 5}$

۳

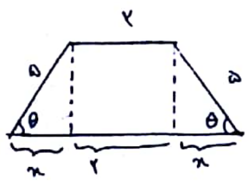
$\tan x + \cot x = -3 \to \frac{\sin x}{\cos x} + \frac{\cos x}{\sin x} = \frac{\overbrace{\sin^2 x + \cos^2 x}^{1}}{\cos x \sin x} = -3 \Rightarrow -3\cos x \sin x = 1 \Rightarrow \cos x \sin x = -\frac{1}{3}$

$3\pi < 4x < 4\pi \to \frac{3\pi}{4} < x < \pi$  $\Rightarrow \cos x + \sin x < 0$

$\frac{1}{\sin^3 x + \cos^3 x} = \frac{1}{(\sin x + \cos x)(\underbrace{\sin^2 x + \cos^2 x}_{1} - \sin x \cos x)} = \frac{1}{(-\frac{1}{\sqrt{3}})(1-(-\frac{1}{3}))} = \frac{1}{(-\frac{1}{\sqrt{3}})(\frac{4}{3})} = \boxed{\frac{-3\sqrt{3}}{4}}$

$(\sin x + \cos x)^2 = \underbrace{\sin^2 x + \cos^2 x}_{1} + \underbrace{2\sin x \cos x}_{2(-\frac{1}{3})} = \frac{1}{3} \xrightarrow{\sqrt{}} \sin x + \cos x = \pm\frac{1}{\sqrt{3}}$ (+ غ ق ق ، − ق ق)

۴



$\cos\theta = 0/6 \to \frac{6}{10} = \frac{x}{5} \Rightarrow x = 3$

ارتفاع $= \sqrt{5^2 - 3^2} = 4$

قاعده بزرگ $= 3 + 3 + 2 = 8$

مساحت ذوزنقه $= \frac{(2+8) \times 4}{2} = \boxed{20}$

۵

$\tan(285^\circ)\tan(-165^\circ) - \sin(1095^\circ)\cos(255^\circ) = k\cos^2 15$

$\tan(\frac{3\pi}{2}+15)\tan(-\pi+15) - \sin(6\pi+15)\cos(\frac{3\pi}{2}-15) = \underbrace{-\cot(15^\circ)\tan(15^\circ)}_{-1} \underbrace{-\sin(15^\circ)\times(-\sin(15^\circ))}_{\sin^2 15}$

$= -1 + \sin^2 15 = k\cos^2 15 \Rightarrow -\cos^2 15 = k\cos^2 15 \Rightarrow \boxed{k = -1}$

۶

$A = \sqrt{۳}\cos(۲۱۰^\circ)\sin(۲۴۴^\circ) - \sqrt{۲}\sin(۱۳۵^\circ)\cos(۱۰۳^\circ)$

$\sqrt{۳} \times \frac{-\sqrt{۳}}{۲} \times \sin(\frac{۴\pi}{۲} - ۲۷^\circ) - \sqrt{۲} \times \frac{\sqrt{۲}}{۲} \times \cos(\pi - ۲۷^\circ) = -\frac{۳}{۲} \times (-\cos ۲۷^\circ) - ۱ \times (-\cos ۲۷^\circ)$

$= \frac{۳}{۲}\cos ۲۷^\circ + \cos ۲۷^\circ = \frac{۵}{۲}\cos ۲۷^\circ$ $\qquad \frac{\frac{۵}{۲}\cos ۲۷^\circ}{\cos ۲۷^\circ} = \boxed{\frac{۵}{۲}}$

۷

$f(m) = ۱۴\cos^۲(۳x)\cos^۲(۹x)\cos^۲(۱۲m)\cos^۲(۲۴m)$

$f(\frac{\pi}{۲۴}) = ۱۴\cos^۲(\frac{\pi}{۱۲})\cos^۲(\frac{\pi}{۹})\cos^۲(\frac{\pi}{۸})\cos^۲(\frac{۲\pi}{۸}) = ۱۴(\frac{۱+\cos\frac{\pi}{۹}}{۲}) \times (\frac{\sqrt{۳}}{۲})^۲ \times (\frac{۱}{۲})^۲ \times (-\frac{۱}{۲})^۲ =$

$۸(۱+\frac{\sqrt{۳}}{۲}) \times \frac{۳}{۴} \times \frac{۱}{۴} \times \frac{۱}{۴} = \frac{۳}{۸}(۱+\frac{\sqrt{۳}}{۲}) = \frac{۳}{۸} + \frac{۳\sqrt{۳}}{۱۶} = \boxed{\frac{۶+۳\sqrt{۳}}{۱۶}}$

۸

$x \longrightarrow$ ربع سوم $\Rightarrow \sin x < ۰ , \cos x < ۰$

$\frac{۱-\sin x}{۱+\sin x} = ۴ \Rightarrow ۴+۴\sin x = ۱-\sin x \Rightarrow ۵\sin x = -۳ \Rightarrow \sin x = \frac{-۳}{۵}$

$\sin x = \frac{۲\tan(\frac{x}{۲})}{۱+\tan^۲(\frac{x}{۲})} \Rightarrow -\frac{۳}{۵} = \frac{۲\tan(\frac{x}{۲})}{۱+\tan^۲(\frac{x}{۲})} \xrightarrow{\tan(\frac{x}{۲}) = t} -\frac{۳}{۵} = \frac{۲t}{۱+t^۲} \Rightarrow -۳t^۲ - ۳ = ۱۰t \rightarrow -۳t^۲ - ۱۰t - ۳ = ۰$

$\xrightarrow{\text{ضرب}} t^۲ - ۱۰t + ۹ = ۰ \Rightarrow (t-۱)(t-۹) = ۰ \qquad t = \frac{۱}{-۳}$ غیرقبول $, t = \frac{۹}{-۳} = -۳$ قبول $\qquad$ مقدار قبول $\tan(\frac{x}{۲}) = \boxed{-۳}$

۹

$\frac{\sin\theta}{۱-\cos\theta} + \frac{۱+\cos\theta}{\sin\theta} = k\cot\frac{\theta}{۲}$

مزدوج: $\frac{\sin\theta}{۱+\cos\theta} = \frac{۱-\cos\theta}{\sin\theta} , \tan\frac{\theta}{۲}$

$\cot\frac{\theta}{۲} + \cot\frac{\theta}{۲} = ۲\cot\frac{\theta}{۲} = k\cot\frac{\theta}{۲}$ $\qquad$ مزدوج $\frac{۱+\cos\theta}{\sin\theta} = \frac{\sin\theta}{۱-\cos\theta} = \cot\frac{\theta}{۲}$

$\Rightarrow \boxed{k = ۲}$

۱۰

ربع $\alpha \Rightarrow \sin\alpha > ۰ , \cos\alpha < ۰$ $\qquad \sin\alpha = \frac{\sqrt{۲}}{۱۰}$

$\Rightarrow x = \sqrt{۱۰۰-۲} = \sqrt{۹۸}$

$\Rightarrow \cos\alpha = -\frac{\sqrt{۹۸}}{۱۰}$

$\cos(\frac{۱۱\pi}{۴} + \alpha) = \cos(۲\pi + \frac{۳\pi}{۴} + \alpha)$

$\cos(\frac{۳\pi}{۴} + \alpha) = \cos\frac{۳\pi}{۴}\cos\alpha - \sin\frac{۳\pi}{۴}\sin\alpha = \underbrace{(\frac{-\sqrt{۲}}{۲})(\frac{-\sqrt{۹۸}}{۱۰})}_{\frac{\sqrt{۱۹۶}}{۲۰} = \frac{۱۴}{۲۰}} - \underbrace{(\frac{\sqrt{۲}}{۲})(\frac{\sqrt{۲}}{۱۰})}_{\frac{۲}{۲۰}} = \frac{۱۴}{۲۰} - \frac{۲}{۲۰} = \frac{۱۲}{۲۰} = \boxed{۰/۶}$