آموشتا پارسی — تکلیف شماره ۲۸ — یازدهم ریاضی A

۱- $\dfrac{1}{\sqrt{\cos^2\alpha}} - \dfrac{1}{\cot\alpha} = \dfrac{1-\sin\alpha}{|\cos\alpha|} \rightarrow \dfrac{1}{|\cos\alpha|} - \tan\alpha = \dfrac{1}{|\cos\alpha|} - \dfrac{\sin\alpha}{|\cos\alpha|}$

$\rightarrow \dfrac{\sin\alpha}{|\cos\alpha|} = \tan\alpha \rightarrow \cos\alpha > 0$ ①

$\cot\alpha = \dfrac{\cos\alpha}{\sqrt{1-\cos^2\alpha}} = \dfrac{\cos\alpha}{\sqrt{\sin^2\alpha}} = \dfrac{\cos\alpha}{|\sin\alpha|} \rightarrow \dfrac{\cos\alpha}{\sin\alpha} = \dfrac{\cos\alpha}{|\sin\alpha|} \Rightarrow \sin\alpha > 0$ ②

⇐ با توجه به ① و ② در ناحیه اول است.

۲- $\sin 2x = \dfrac{m-1}{4}$ $\quad -\dfrac{\pi}{12} < x < \dfrac{5\pi}{12} \xrightarrow{\times 2} -\dfrac{\pi}{6} < 2x < \dfrac{5\pi}{6}$

$\rightarrow -\dfrac{1}{2} < \sin 2x \leq 1 \rightarrow -\dfrac{1}{2} < \dfrac{m-1}{4} \leq 1 \rightarrow -2 < m-1 \leq 4 \rightarrow -1 < m \leq 5$

$\rightarrow$ جواب: $(-1, 5]$

۳- $\tan x + \cot x = -3 \rightarrow \dfrac{\cos^2 x + \sin^2 x}{\sin x \cos x} = -3 \Rightarrow \sin x \cos x = \dfrac{-1}{3}$

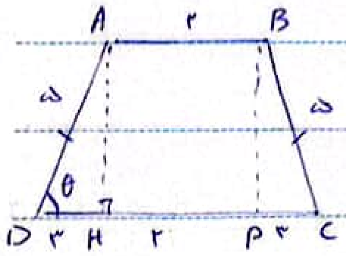
$(\sin x + \cos x)^2 = \sin^2 x + \cos^2 x + 2\sin x\cos x = 1 + 2\left(\dfrac{-1}{3}\right) = \dfrac{1}{3} \rightarrow \sin x + \cos x \begin{cases} \dfrac{1}{\sqrt{3}} & \times \\ \dfrac{-1}{\sqrt{3}} & \checkmark \end{cases}$

$3\pi < 4x < 4\pi \rightarrow \dfrac{3\pi}{4} < x < \pi \rightarrow$ ناحیه دوم $\quad |\sin x| < |\cos x|$

$\Rightarrow \sin x + \cos x = \dfrac{-1}{\sqrt{3}}$

$\dfrac{1}{\sin^3 x + \cos^3 x} = \dfrac{1}{(\sin x + \cos x)(\sin^2 x + \cos^2 x - \sin x\cos x)} = \dfrac{1}{\dfrac{-1}{\sqrt{3}} \times \dfrac{4}{3}} = \dfrac{-3\sqrt{3}}{4}$

۴-



$\cos\theta = \dfrac{6}{10} \rightarrow \dfrac{DH}{AD} = \dfrac{6}{10} \rightarrow DH = 3 = PC$

فیثاغورس $\rightarrow AH = \sqrt{25-9} = 4$

$S = \dfrac{(2+8)\times 4}{2} = 20$

۵ـ

$\tan(۲۸۵)\tan(-۱۶۵)-\sin(۱۰۹۵)\cos(۲۵۵)$

$=\tan(۲۷۰+۱۵)\tan(-۱۸۰+۱۵)-\sin(۱۰۸۰+۱۵)\cos(۲۷۰-۱۵)$

$=(-\cot ۱۵)(\tan ۱۵)-(\sin ۱۵)(-\sin ۱۵)=-۱+\sin^۲ ۱۵=-(۱-\sin^۲ ۱۵)$

$=-(\cos^۲ ۱۵)=K\cos^۲ ۱۵\Rightarrow K=-۱$

۶ـ

$A=\sqrt{۳}\cos(۲۱۰)\sin(۲۴۳)-\sqrt{۲}\sin(۱۳۵)\cos(۱۵۳)$

$=\sqrt{۳}\cos(۱۸۰+۳۰)\sin(۲۷۰-۲۷)-\sqrt{۲}\sin(۹۰+۴۵)\cos(۱۸۰-۲۷)$

$=\sqrt{۳}(-\cos ۳۰)(-\cos ۲۷)-\sqrt{۲}(\sin ۴۵)(-\cos ۲۷)=\sqrt{۳}(\frac{\sqrt{۳}}{۲})(\cos ۲۷)+\sqrt{۲}(\frac{\sqrt{۲}}{۲})(\cos ۲۷)$

$=\frac{۵}{۲}(\cos ۲۷)\Rightarrow \frac{\frac{۵}{۲}\cos ۲۷}{\cos ۲۷}=\frac{۵}{۲}$

۷ـ

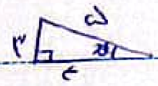
$f(\frac{\pi}{۲۴})=۱۶\cos^۲(\frac{\pi}{۱۲})\cos^۲(\frac{\pi}{۶})\cos^۲(\frac{\pi}{۳})\cos^۲(\frac{۲\pi}{۳})$

$\cos^۲(\frac{\pi}{۱۲})=\cos^۲ ۱۵=\frac{۱+\cos ۳۰}{۲}\Rightarrow \cos^۲ ۱۵=(\frac{\sqrt{۲}+\sqrt{۶}}{۴})^۲=\frac{۲+\sqrt{۳}}{۴}$

$f(\frac{\pi}{۲۴})=۱۶\times\frac{۲+\sqrt{۳}}{۴}\times\frac{۳}{۴}\times\frac{۱}{۴}\times\frac{۱}{۴}=\frac{۶+۳\sqrt{۳}}{۱۶}$

۸ـ

$\frac{۱-\sin x}{۱+\sin x}=۴\rightarrow ۱-\sin x=۴+۴\sin x\rightarrow -۳=۵\sin x\rightarrow \sin x=\frac{-۳}{۵}$



$\rightarrow\cos x=\frac{۴}{۵}\xrightarrow{\text{ناحیه ۳}}\cos x=\frac{-۴}{۵}$

$\tan\frac{x}{۲}=\frac{\sin x}{۱+\cos x}=\frac{-\frac{۳}{۵}}{۱-\frac{۴}{۵}}=-۳$

۹ـ

$\frac{\sin\theta}{۱+\cos\theta}=\tan\frac{\theta}{۲}\xrightarrow{\text{معکوس}}\frac{۱+\cos\theta}{\sin\theta}=\cot\frac{\theta}{۲}$

$\frac{۱-\cos\theta}{\sin\theta}=\tan\frac{\theta}{۲}\xrightarrow{\text{معکوس}}\frac{\sin\theta}{۱-\cos\theta}=\cot\frac{\theta}{۲}$

$\rightarrow \cot\frac{\theta}{۲}+\cot\frac{\theta}{۲}=۲\cot\frac{\theta}{۲}$

$\rightarrow K=۲$

Subject. Day. Month. Year.

$\cos(\frac{۱۱\pi}{۴}+\alpha) \quad \cos^{۲}\alpha+\sin^{۲}\alpha=۱ \xrightarrow{\text{ربع دوم}} \cos\alpha=-\sqrt{۱-\sin^{۲}\alpha}=-\sqrt{\frac{۴۹}{۵۰}}=\frac{-۷}{۵\sqrt{۲}}$ ـ۱۰

$\cos(۲\pi+\frac{۳\pi}{۴}+\alpha)=\cos(\frac{۳\pi}{۴}+\alpha)=\cos\alpha\cos\frac{۳\pi}{۴}-\sin\alpha\sin\frac{۳\pi}{۴}$

$\Rightarrow (\frac{-۷}{۵\sqrt{۲}}\times\frac{-\sqrt{۲}}{۲})-(\frac{\sqrt{۲}}{۱۰}\times\frac{\sqrt{۲}}{۲})=\frac{۷}{۱۰}-\frac{۱}{۱۰}=\frac{۶}{۱۰}=\frac{۳}{۵}$