ریاضی

۱ـ

$$\overset{\frac{۱}{|\cos\alpha|}}{\frac{۱}{\sqrt{\cos^{۲}\alpha}}} - \frac{۱}{\cot\alpha} = \frac{۱-\sin\alpha}{|\cos\alpha|} \longrightarrow \overset{-\tan\alpha}{\frac{-۱}{\cot\alpha}} = \frac{۱-\sin\alpha-۱}{|\cos\alpha|} \longrightarrow$$

$$\frac{-\sin\alpha}{\cos\alpha} = \frac{-\sin\alpha}{|\cos\alpha|} \longrightarrow \cos\alpha > ۰$$

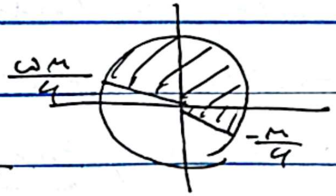
ربع اول

$$\cot\alpha = \frac{\cos\alpha}{\sqrt{\underbrace{۱-\cos^{۲}\alpha}_{\sin^{۲}\alpha}}} \longrightarrow \frac{\cos\alpha}{\sin\alpha} = \frac{\cos\alpha}{|\sin\alpha|} \longrightarrow \sin\alpha > ۰$$

۲ـ

$$\frac{-\pi}{۱۲} < x < \frac{۵\pi}{۱۲} \qquad \sin ۲x = \frac{m-۱}{۴}$$

$$\times ۲ \Rightarrow \frac{-\pi}{۶} < ۲x < \frac{۵\pi}{۶}$$



$$\overset{\sin\frac{\pi}{۲}}{\max \sin ۲x = ۱} \qquad \min \sin ۲x = \overset{\sin\frac{-\pi}{۶}}{\frac{-۱}{۲}}$$

$$\frac{-۱}{۲} < \underbrace{\sin ۲x}_{\frac{m-۱}{۴}} \leq ۱$$

$$\frac{m-۱}{۴} \leq ۱ \longrightarrow m-۱ \leq ۴ \longrightarrow m \leq ۵$$

$$\frac{m-۱}{۴} > -\frac{۱}{۲} \longrightarrow \frac{m-۱}{۴} > \frac{-۲}{۴} \longrightarrow m-۱ > -۲ \longrightarrow m > -۱$$

$$m \in (-۱, ۵]$$

۳- پریا امینی

$$\tan x + \cot x = \frac{\sin x}{\cos x} + \frac{\cos x}{\sin x} \xrightarrow{\text{مخرج مشترک}} \frac{\overbrace{\sin^۲ x + \cos^۲ x}^{۱}}{\sin x \cos x} = -۳$$

$$\sin x \cos x = \frac{-۱}{۳}$$

$$\frac{۱}{\sin^۳ x + \cos^۳ x} = \frac{۱}{\underbrace{(\sin x + \cos x)}_{\frac{-۱}{\sqrt{۳}}}\underbrace{(\sin^۲ x - \underbrace{\sin x \cos x}_{-\frac{۱}{۳}} + \cos^۲ x)}_{\to\, ۱ + \frac{۱}{۳} = \frac{۴}{۳}}} = \frac{۱}{\frac{-۴}{۳\sqrt{۳}}} = \boxed{\frac{-۳\sqrt{۳}}{۴}}$$

$$\sin^۲ x + \cos^۲ x = ۱$$

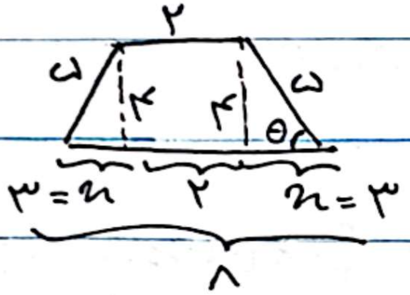
$$(\sin x + \cos x)^۲ = \underbrace{\sin^۲ x + \cos^۲ x}_{۱} + \underbrace{۲\sin x \cos x}_{-\frac{۲}{۳}} = \frac{۱}{۳} \to \sin x + \cos x = \mp\frac{۱}{\sqrt{۳}}$$

مثبت غقق

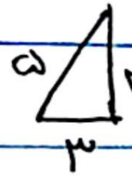
$$۳\pi < ۴x < ۴\pi \to \frac{۳\pi}{۴} < x < \pi \to \begin{matrix} \sin x > ۰ \\ \cos x < ۰ \end{matrix} \to \sin x < \cos x$$

۴ -

$\cos\theta = ۰٫۶ \rightarrow \frac{x}{۵} = ۰٫۶ \rightarrow x = ۳$



$S_{\triangle} = \frac{\text{قاعده کوچک + قاعده بزرگ}}{۲} \times \text{ارتفاع} = \frac{۲+۸}{۲} \times ۴ = ۲۰$



→ مثلث طلایی

پریا احسنی

۵- پریا یمنی

$\tan(۲۸۵)\tan(-۱۶۵)-\sin(۱۰۹۵)\cos(۲۵۵)=$

$\tan(۲۷۰+۱۵)\tan(-۱۸۰+۱۵)-\sin(\underset{\to ۳\times ۳۶۰}{۱۰۸۰}+۱۵)\cos(۲۷۰-۱۵)$

$\to(-\cot ۱۵)\underbrace{\tan(-(۱۸۰-۱۵))}_{-\tan(۱۸۰-۱۵)=\tan ۱۵}-(\sin ۱۵)(-\sin ۱۵)$

$\underbrace{(-\cot ۱۵)(\tan ۱۵)}_{-۱}+\sin^۲ ۱۵=\sin^۲ ۱۵-۱=-(۱-\sin^۲ ۱۵)=-\cos^۲ ۱۵$

$=k\cos^۲ ۱۵\longrightarrow k=ⓘ$

۶-

$\sqrt{۳}\cos(\overset{\to ۱۸۰+۳۰}{۲۱۰})\sin(\overset{\to ۲۷۰-۲۷}{۲۴۳})-\sqrt{۲}\sin(\overset{\to ۱۸۰-۴۵}{۱۳۵})\cos(\overset{\to ۱۸۰-۲۷}{۱۵۳})=$

$\underset{-\sqrt{۳}\times\frac{\sqrt{۳}}{۲}=\frac{-۳}{۲}}{(-\sqrt{۳}\cos ۳۰)}(-\cos ۲۷)-(\underbrace{\sqrt{۲}\sin ۴۵}_{\sqrt{۲}\times\frac{\sqrt{۲}}{۲}=۱})(-\cos ۲۷)=\frac{-۳}{۲}\times(-\cos ۲۷)-(-\cos ۲۷)$

$=\frac{۳}{۲}\cos ۲۷+\cos ۲۷=\frac{۵}{۲}\cos ۲۷$ $\boxed{\frac{۵}{۲}\text{ برابر}}$

$\frac{\frac{۵}{۲}\cancel{\cos ۲۷}}{\cancel{\cos ۲۷}}=\frac{۵}{۲}$

پریا املی

۷ -

$$۱۶\cos^۲\left(\overset{\to\frac{\pi}{۱۲}}{\frac{۳\pi}{۳۶}}\right)\cos^۲\left(\overset{\to\frac{\pi}{۴}}{\frac{۹\pi}{۳۶}}\right)\cos^۲\left(\overset{\to\frac{\pi}{۳}}{\frac{۱۲\pi}{۳۶}}\right)\cos^۲\left(\overset{\to\frac{۲\pi}{۳}}{\frac{۲۴\pi}{۳۶}}\right)$$

$$\cos^۲\frac{\pi}{۱۲}=\frac{۱+\cos\frac{\pi}{۶}}{۲}=\frac{\frac{۲+\sqrt{۳}}{۲}}{\frac{۲}{۱}}=\frac{۲+\sqrt{۳}}{۴}\ \Big/\ \cos^۲\frac{\pi}{۴}=\frac{۱+\cos\frac{\pi}{۳}}{۲}=\frac{\frac{۳}{۲}}{\frac{۲}{۱}}=\frac{۳}{۴}\ \Big/$$

$$\cos^۲\alpha=\frac{۱+\cos ۲\alpha}{۲}$$

$$\cos^۲\frac{\pi}{۳}=\frac{۱+\cos\frac{۲\pi}{۳}}{۲}=\frac{\frac{۱}{۲}}{\frac{۲}{۱}}=\frac{۱}{۴}\ \Big/$$

$$\cos\frac{۲\pi}{۳}=\cos\left(\pi-\frac{\pi}{۳}\right)=-\cos\frac{\pi}{۳}=-\frac{۱}{۲}$$

$$\cos\frac{۴\pi}{۳}=\cos\left(\pi+\frac{\pi}{۳}\right)=-\cos\frac{\pi}{۳}=-\frac{۱}{۲}$$

$$\cos^۲\frac{۲\pi}{۳}=\frac{۱+\cos\frac{۴\pi}{۳}}{۲}=\frac{\frac{۱}{۲}}{\frac{۲}{۱}}=\frac{۱}{۴}$$

$$\cancel{۱۶}\left(\frac{۲+\sqrt{۳}}{\cancel{۴}}\right)\left(\frac{۳}{\cancel{۴}}\right)\left(\frac{۱}{۴}\right)\left(\frac{۱}{۴}\right)=\frac{۶+۳\sqrt{۳}}{۱۶}$$

۸ -

x در ربع سوم

$$\frac{۱-\sin x}{۱+\sin x}=۴\to ۴+۴\sin x=۱-\sin x\to$$

$$۵\sin x=-۳\to\sin x=\frac{-۳}{۵}$$

$$\sin^۲x+\cos^۲x=۱\to\frac{۹}{۲۵}+\cos^۲x=\frac{۲۵}{۲۵}\to\cos^۲x=\frac{۱۶}{۲۵}\xrightarrow[\cos<۰]{\text{ربع ۳}}\frac{-۴}{۵}=\cos x$$

$$\tan\frac{x}{۲}\xrightarrow{\frac{x}{۲}=\alpha}\tan\alpha\ \Big/\ \tan ۲\alpha=\frac{۲\tan\alpha}{۱-\tan^۲\alpha}\to\tan x=\frac{۲\tan\frac{x}{۲}}{۱-\tan^۲\frac{x}{۲}}$$

~~tan~~ $\tan x=\frac{\sin x}{\cos x}=\frac{\frac{-۳}{۵}}{\frac{-۴}{۵}}=\frac{۳}{۴}$

$$\frac{۳}{۴}=\frac{۲\tan\frac{x}{۲}}{۱-\tan^۲\frac{x}{۲}}\to ۳-۳\tan^۲\frac{x}{۲}=۸\tan\frac{x}{۲}\to ۳\tan^۲\frac{x}{۲}+۸\tan\frac{x}{۲}-۳=۰$$

$$\xrightarrow{ac}\tan^۲\frac{x}{۲}+۸\tan\frac{x}{۲}-۹=۰\xrightarrow[\text{صفر شد}]{\text{جمع ضرایب}}\tan\frac{x}{۲}=۱\xrightarrow{\div ۳}\boxed{\frac{۱}{۳}}\ \checkmark$$

$$\tan\frac{x}{۲}=-۹\xrightarrow{\div ۳}-۳\quad \text{غ ق ق}$$

ربع ۳ $\tan>۰$

۹- پریا امینی

$$\frac{\sin\theta}{1-\cos\theta}+\frac{1+\cos\theta}{\sin\theta}=\frac{1}{\tan\frac{\theta}{۲}}+\frac{1}{\tan\frac{\theta}{۲}}=\cot\frac{\theta}{۲}+\cot\frac{\theta}{۲}=$$

$$۲\cot\frac{\theta}{۲}=K\cot\frac{\theta}{۲}$$

$$K=۲$$

$$\frac{1-\cos x}{\sin x}=\tan\frac{x}{۲}$$

$$\frac{\sin x}{1+\cos x}=\tan\frac{x}{۲}$$

فرمول

۱۰ـ پریا امینی

$\sin x > ۰ \qquad \cos x < ۰$

$$\sin x = \frac{\sqrt{۲}}{۱۰} \qquad \sin^۲ x + \cos^۲ x = ۱ \rightarrow \overbrace{\left(\frac{\sqrt{۲}}{۱۰}\right)^۲}^{\frac{۲}{۱۰۰}} + \cos^۲ x = ۱ \rightarrow \cos^۲ x = \frac{۴۹}{۵۰}$$

$$\cos x = -\sqrt{\frac{۴۹}{۵۰}} = -\frac{۷}{\sqrt{۵۰}} = -\frac{۷}{۵\sqrt{۲}} = -\frac{۷\sqrt{۲}}{۱۰}$$

$$\frac{۱۱\pi}{۴} = ۲\pi + \frac{۳\pi}{۴}$$

$$\cos\left(\frac{۱۱\pi}{۴} + x\right) = \cos\left(\frac{۳\pi}{۴} + x\right)$$

فرمول: $\cos(a+b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b$

$$\cos\left(\frac{۳\pi}{۴} + x\right) = \underbrace{\cos\frac{۳\pi}{۴}}_{\cos(\pi - \frac{\pi}{۴}) = -\cos\frac{\pi}{۴}} \cos x - \underbrace{\sin\frac{۳\pi}{۴}}_{\sin(\pi - \frac{\pi}{۴}) = \sin\frac{\pi}{۴}} \sin x =$$

$$\left(-\frac{\sqrt{۲}}{۲} \times \frac{-۷\sqrt{۲}}{۱۰}\right) - \left(\frac{\sqrt{۲}}{۲} \times \frac{\sqrt{۲}}{۱۰}\right) = \frac{۷}{۱۰} - \frac{۱}{۱۰} = \frac{۶}{۱۰} = \boxed{\frac{۳}{۵}}$$