«بنام خدا»

یازدهم دختر A

ستایش خدایاری

۱) الف) $\lim_{x\to 2^+} 4x-3 = 5$

ب) $\lim_{x\to 2^-} 4x-3 = 5$

۲) الف) $\lim_{x\to 2^+} 4[\frac{x}{2}]-3 = 5$

ب) $\lim_{x\to 2^-} \varepsilon[\frac{x}{1}]-3 = 1$

۳) الف) $\lim_{x\to 2^+} [\varepsilon x-3] = 5$

ب) $\lim_{x\to 2^-} [\varepsilon x-3] = 4$

۴) الف) $\left[\lim_{x\to 2^+} \varepsilon x-3\right] = 5$

ب) $\left[\lim_{x\to 2^-} \varepsilon x-3\right] = 5$

۵) الف) $\lim_{x\to 3} \frac{\varepsilon x-3}{x-3}$ (3^+: $\frac{9}{0^+} = +\infty$، 3^-: $\frac{9}{0^-} = -\infty$) حد ندارد

۶) ب) $\lim_{x\to 3} \frac{4x-3}{(x-3)^2}$ ($\frac{3^+}{3^-}$، $\frac{9}{0^+} = +\infty$) حد ندارد

۷) الف) $\lim_{x\to 3} \frac{4x-3}{\sqrt{x-3}}$ (3^+: $\frac{9}{0^+} = +\infty$، 3^-: تعریف نشده) حد ندارد

ب) $\lim_{x\to 3} \frac{4x-3}{\sqrt{x^2-\varepsilon x+3}}$ (3^+: $\frac{9}{0^+} = +\infty$، 3^-: تعریف نشده) حد ندارد

x	1	3
$x^2-\varepsilon x+3$	$+$	$-$	$+$

(الف) $\lim_{x\to 3} \frac{4x-3}{x^2-7x+12}$ — (۷)

$x^2-7x+12 = (x-3)(x-4)$

x	3	4
$x-3$	0	$+$
$x-4$	$-$	0
$\frac{4x-3}{(x-3)(x-4)}$	$+$	$-$

$3^+ \to -\infty$ ، $3^- \to +\infty$ ⟵ حد ندارد

(ب) $\lim_{x\to 3} \frac{4x-3}{[x-3]}$

$3^+ \to \frac{9}{0^+} = +\infty$ (تعریف نشده)

$3^- \to \frac{9}{-1} = -9$ ⟵ حد ندارد

(الف) $\lim_{x\to 3} [3x] + [-2x]$ (صعودی + نزولی) — (۸)

$3^+ \to 9-9 = 0$

$3^- \to 8-6 = 2$

حد ندارد

(ب) $\lim_{x\to -6} [-4x] + [2x]$ (نزولی + صعودی)

$-6^+ \to 23 + (-12) = 11$

$-6^- \to 24 + (-13) = 11$

حد دارد ✓

(الف) $\lim_{x\to 2} [x^2-4x] = -4$ (صعودی) — (۹)

$x^2-4x = -4 \Rightarrow x=2$

تابع صعودی است ✓ پس حد دارد

(ب) $\lim_{x\to 3} [9x-x^2] = [9^-] = 8$

$\frac{-6}{-2} = 3$

حد ندارد

نقطه ۳ رأس سهمی است

(۱۰)

$\lim_{x\to 2} \frac{|x-2|}{x^2-3x+2}$

x	1	2
$x-1$	0	$+$
$x-2$	$-$	0
$(x-1)(x-2)$	$+$	$-$

$2^+ \to \frac{x-2}{(x-1)(x-2)} = \frac{1}{x-1} = 1$

حد ندارد

$2^- \to \frac{-(x-2)}{(x-1)(x-2)} = \frac{-1}{x-1} = -1$

(10) $f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x + 1$

$f'(x) = 3x^2 - 6x - 9 = 0$

$x^2 - 2x - 3 = 0$

$(x-3)(x+1) = 0$

$x = 3, -1$

x	$-\infty$	-1	3	∞
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0
$f(x)$	↗	max	↘	min

$f(-1) = -1 - 3 + 9 + 1 = 6$

$f(3) = 27 - 27 - 27 + 1 = -26$

$\lim_{x \to \infty} \frac{x^3 - 3x^2 - 9x + 1}{x^3 - 1} = 1$