۱۵,۷۵

نام و نام خانوادگی .... پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره .... کلاس ....

۱

الف) $\frac{x-1}{x} - \frac{x}{x-1} \geq 0 \quad \frac{(x-1)^2 - x^2}{x(x-1)} \to \frac{x^2+1-2x-x^2}{x(x-1)} , \frac{1-2x}{x(x-1)}$ $x=\frac{1}{2}$, $x=0$, $x=1$

	0	$\frac{1}{2}$	1	
$+$		$-$	$+$	$-$

$D_f = (-\infty, \frac{1}{2}] \cup (0,1)$

$D_f = (-\infty, 0) \cup [\frac{1}{2}, 1)$

۱,۷۵

ب) $x \neq 1, -2, 0, -1$

$\frac{3}{x-1} + \frac{1}{x+2} \neq 0 \Rightarrow \frac{3(x+2)+(x-1)}{(x-1)(x+2)} \neq 0$ ✓

$3x+6+x-1 \to 4x+5 \neq 0$
$\Rightarrow 4x \neq -5$
$\Rightarrow x \neq -\frac{5}{4}$

$\Rightarrow D_f = R - \{1\} - \{-2\} - \{0\} - \{-1\} - \{-\frac{5}{4}\}$

۲

$\left((\frac{1}{3})^x - 9\right)\left(32 - 4^x\right) \geq 0 \quad x=-2 \quad x=\frac{5}{2}$

	-2		$\frac{5}{2}$	
$+$		$-$		$+$

$(-\infty, -2] \cup [\frac{5}{2}, +\infty)$

۱,۵۰

ب) $(\sqrt{y+1})^2 = (3 - \sqrt[4]{x-1})^2 \to y+1 = 9 + \sqrt{x+1} - 6\sqrt[4]{x-1}$

$y = 8 + \sqrt{x+1} - 6\sqrt[4]{x-1}$

$x+1 \geq 0 \to x \geq -1 \to [-1, +\infty)$
$x-1 \geq 0 \to x \geq 1 \to [1, +\infty)$
$\cap \to \underline{[1, +\infty)}$

۳

$x^2 - x - 2 \geq 0 \quad (x-2)(x+1)$
$x=2 \quad x=-1$

	-1		2	
$+$		$-$		$+$

$\to (-\infty, 1] \cup [2, +\infty)$ (1)

$\sqrt{x^2-1} \Rightarrow x^2 - 1 \geq 0$
$x^2 \geq 1$
$|x| \geq 1 \to x \geq 1, \ x \leq -1 \to (-\infty, -1] \cup [1, +\infty)$ (2)

$\sqrt{x^2-1} + 1 \neq 0$
همیشه مثبت

(1) $\cap$ (2) $\to (-\infty, -1) \cup (2, +\infty)$

۲

۴

$3 + ax - x^2 \xrightarrow{(-2)} 3 - 2a - 4 \to -2a - 1 \geq 0 \to -2a \geq 1 \to -a \geq \frac{1}{2} \to \boxed{a \leq -\frac{1}{2}} \to a = -\frac{1}{2}$

$3 - \frac{1}{2}x - x^2 \to \Delta = \frac{1}{4} - 4(-1)(3) \to \frac{49}{4}$ ریشه‌ها $= \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$

$\frac{\frac{1}{2} + \frac{7}{2}}{-2} = \frac{\frac{8}{2}}{-2} = -2 \qquad \frac{\frac{1}{2} - \frac{7}{2}}{-2} = \frac{-\frac{6}{2}}{-2} = \frac{6}{4} = \frac{3}{2}$

	-2		$\frac{3}{2}$	
$-$		$+$		$-$

۲

$\Rightarrow [-2, \frac{3}{2}]$

$a = -\frac{1}{2} \quad b = -2 \to a+b = -\frac{1}{2} - 2 = -\frac{5}{2}$

$a = -\frac{1}{2} \quad b = \frac{3}{2} \to a+b \to -\frac{1}{2} + \frac{3}{2} = 1$

۵

$f(x) - x \geq 0$
$3x - 2 - x \to 2x - 2 \geq 0 \quad 2x \geq 2 \to x \geq 1$ (1)
$2x + 3 - x \to x + 3 \geq 0 \quad x \geq -3$ (2)

$\begin{cases} x \geq 1 \to 3x - 2 \ (3) \\ x < 1 \to 2x + 3 \ (4) \end{cases}$

۱,۷۵

یا $\cup$

(1) $\cap$ (2) $\cap$ (3) $\cap$ (4) $\to \emptyset$

$[-3, +\infty)$

$۲(a+۱)(۵+۲) = (۳a-۴)+a$ $(۲a+۲)(۷) = ۳a-۴+a$ $۱۴a+۱۴ = ۴a-۴$ $۱۰a = -۱۸$ $a = \frac{-۱۸}{۱۰} \Longrightarrow \underline{a = -۱٫۸}$ ۲	۶
$(۲-\sqrt{x})(۲+\sqrt{x}) = ۱ \rightarrow$ عکس یکدیگرند $\rightarrow ۲(\underbrace{\sqrt{۲-\sqrt{x}}+\sqrt{۲+\sqrt{x}}}_{A})+۲$ $\quad A^۲ = ۹$ $\hookrightarrow ۲\sqrt{۹}+۴$ ۰	۷
$۲f(x) - ۳f(-x) = ۴x^۲ - x$ $\begin{cases} ۲f(x) - ۳f(-x) = ۴x^۲ - x \\ ۲f(-x) - ۳f(x) = ۴x^۲ + x \end{cases} \rightarrow$ $۴f(x) - ۶f(-x) = ۸x^۲ - ۲x$ $۶f(-x) - ۹f(x) = ۱۲x^۲ + x$ $-۵f(x) = ۲۰x^۲ + x$ $\Longrightarrow f(x) = -۴x^۲ - \frac{x}{۵}$ ۱٫۷۵	۸
$x=۵ \Rightarrow ۲f(x) - ۵ = ۳m - ۱ \rightarrow f(x) = \frac{۳m-۱}{۲}$ $x=-۲ \rightarrow ۰ \quad +۹f(۰) = ۱۶+۲m+۳m-۱ \Longrightarrow ۹f(۰) = ۵m+۱۵$ $f(۰) = \frac{۵m+۱۵}{۹}$ $\Longrightarrow f(۰) = \frac{۵m+۱۵}{۹} = \frac{۳m-۱}{۲}$ $\quad m = \frac{۹}{۲}$ $\quad f(۰) = \frac{۱۵(۹)+۱۵}{۹}$ $۱۰m+۳۰ = ۱۶m-۹ \rightarrow ۳۹ = ۶m \Longrightarrow m = ۶ \Longrightarrow \underline{f(۰) = ۱۷٫۵}$ $f(۰) = \frac{۲۵}{۴}$ ۱٫۲۵	۹
$f(-۱)+f(-۱) = \frac{۳(-۱)^۲-۱۲(-۱)+۳}{-۱}$ $۲f(-۱) = \frac{۳+۱۲+۳}{-۱} \rightarrow ۲f(-۱) = -۱۸$ $\Longrightarrow \underline{f(-۱) = -۹}$ ۲	۱۰

۲ ب)

$x-1 \geq ۰ \rightarrow x \geq 1$

$\underbrace{۳-\sqrt[۴]{x-1}}_{\geq ۰} = \underset{+}{\sqrt[۳]{y+1}} \longrightarrow x \leq ۸۲ \rightarrow D_f = [1, ۸۲]$