۲۰

نام و نام خانوادگی ...ابیطار اسماعیلی... پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ...۴... کلاس ...یازدهم دختر A...

۱

الف) $f(x)=\sqrt{\frac{x-1}{x}-\frac{x}{x-1}} \longrightarrow x\neq 0,1 \quad \mathrm{I}$

$\frac{x-1}{x}-\frac{x}{x-1}\geq 0 \longrightarrow \frac{x^2-2x+1-x^2}{x^2-x}=\frac{1-2x}{x(x-1)}=$

$\begin{array}{ccccccc} & 0 & & \frac{1}{2} & & 1 & \\ + & \nexists & - & 0 & + & \nexists & - \end{array}$

$D_f=(-\infty,0)\cup[\frac{1}{2},1) \quad \mathrm{II}$

$\mathrm{I}\cap\mathrm{II}\to D_f=(-\infty,0)\cup[\frac{1}{2},1)$

۶

ب) $f(x)=\dfrac{\frac{1}{x+1}-\frac{2}{x}}{\frac{3}{x-1}+\frac{1}{x+2}} \longrightarrow x\neq -2,-1,0,1 \quad \mathrm{I}$

$\frac{3}{x-1}+\frac{1}{x+2}\neq 0 \longrightarrow \frac{3x+6+x-1}{(x-1)(x+2)}\neq 0 \longrightarrow \frac{4x+5}{(x-1)(x+2)} \to x\neq -2,-\frac{5}{4},1$

$\mathrm{I}\cap\mathrm{II}\to D_f=\mathbb{R}-\{-2,-\frac{5}{4},-1,0,1\}$

۲

الف) $f(x)=\sqrt{\left((\frac{1}{3})^x-9\right)\left(32-4^x\right)} \longrightarrow \left((\frac{1}{3})^x-9\right)\left(32-4^x\right)\geq 0$

$\begin{array}{ccccc} & \log_{\frac{1}{3}}9 & & \log_4 32 & \\ + & 0 & - & 0 & + \end{array} \longrightarrow \log_{\frac{1}{3}}9=-2 \quad \log_4 32=\frac{5}{2}$

$D_f=(-\infty,\log_{\frac{1}{3}}9]\cup[\log_4 32,+\infty)$

۶

ب) $\sqrt[4]{x-1}+\sqrt{y+1}=3 \longrightarrow \sqrt{y+1}=3-\sqrt[4]{x-1} \longrightarrow x-1\geq 0\longrightarrow x\geq 1 \quad \mathrm{I} \qquad 3-\sqrt[4]{x-1}\geq 0$

عبارت حاوی رادیکال همواره بزرگتر مساوی صفر است

$\sqrt[4]{x-1}\leq 3 \longrightarrow x-1\leq 81\longrightarrow x\leq 82 \qquad D_f=[1,82]$

۳

$f(x)=\dfrac{\log_4(x^2-x-2)}{\underbrace{\sqrt{x^2-1}+1}_{\text{همواره مثبت}}} \longrightarrow \log_4(x^2-x-2) \to x^2-x-2>0 \longrightarrow \begin{array}{ccccc} & -1 & & 2 & \\ + & 0 & - & 0 & + \end{array}$

$D_f=(-\infty,-1)\cup(2,+\infty) \quad \mathrm{I}$

$x^2-1\geq 0 \longrightarrow x^2\geq 1 \longrightarrow x\geq 1,\ x\leq -1 \to D_f\ (-\infty,-1]\cup[1,+\infty) \quad \mathrm{II}$

۶

$\mathrm{I}\cap\mathrm{II}\longrightarrow D_f=(-\infty,-1)\cup(2,+\infty)$

۴

$\sqrt{3+ax-x^2} \longrightarrow [-2,b] \xrightarrow{if\ x=-2} 3-2a-4=0\longrightarrow -1-2a=0\longrightarrow 2a=-1\longrightarrow$

$a=-\frac{1}{2} \longrightarrow -x^2-\frac{1}{2}x+3 \longrightarrow \Delta=\frac{1}{4}-4(-1)(3)=\frac{49}{4} \longrightarrow \dfrac{\frac{1}{2}\pm\sqrt{\frac{49}{4}}}{-2} \begin{array}{l}\nearrow -2\\ \searrow \frac{3}{2}\end{array} \Rightarrow$

۶

$b=\frac{3}{2} \longrightarrow a+b=-\frac{1}{2}+\frac{3}{2}=\frac{2}{2}=1$

۵

$f(x)-x\geq 0 \longrightarrow f(x)\geq x$ شرط برای $x\geq 1$ همواره برقرار است

$f(x)=\begin{cases} 3x-2; & x\geq 1\\ 2x+3; & x<1\end{cases}$

$3x-2\geq x\longrightarrow 2x-2\geq 0\longrightarrow x-1\geq 0\longrightarrow x\geq 1 \quad \mathrm{I}$

$2x+3\geq x \longrightarrow x+3\geq 0\longrightarrow x\geq -3 \quad \mathrm{II}$

۶

$\mathrm{I}\cup\mathrm{II}\to D_f=[-3,+\infty)$

$f(x)\begin{cases}(x+1)(x+2) ; x\geq 1\\ 3a+2x ; x\leq 1\end{cases}$ $2f(5)=f(-2)+a$ $f(5)=(a+1)(7)\to f(5)=7a+7\to 2f(5)=14a+14$ $f(-2)=3a-4\to 14a+14=3a-4+a\to$ $14a+14=4a-4\to 10a=-18$ $a=-1.8$ ۶	۶
$f(x)=\sqrt{x}+\frac{1}{\sqrt{x}}+2\to f(2-\sqrt{3})+f(\underbrace{2+\sqrt{3}}_{t})\to f(2+\sqrt{3})+f(\frac{1}{2+\sqrt{3}})$ $\frac{1}{2+\sqrt{3}}=2-\sqrt{3}\to f(t)+f(\frac{1}{t})=2(\sqrt{t}+\frac{1}{\sqrt{t}})+4\to 2(\sqrt{2+\sqrt{3}}+\frac{1}{\sqrt{2+\sqrt{3}}})+4\to$ $2(\underbrace{\sqrt{2+\sqrt{3}}+\frac{1}{\sqrt{2+\sqrt{3}}}}_{S})+4\to S^2=(2-\sqrt{3})(2+\sqrt{3})+2\sqrt{(2+\sqrt{3})(2-\sqrt{3})}\to$ $S^2=4\to f(2+\sqrt{3})+f(2-\sqrt{3})=2S+4=2\sqrt{4}+4$ ۶	۷
$2f(x)-3f(-x)=4x^2-x \xrightarrow{\times 2}$ $2f(-x)-3f(x)=+4x^2+x \xrightarrow{\times 3}$ $2f(-x)-3f(x)=+4x^2+x$ $\cancel{6f(-x)}-9f(x)=12x^2+3x$ $4f(x)-\cancel{6f(-x)}=8x^2-2x$ $-5f(x)=20x^2+x=x(20x+1)\to$ $f(x)=\frac{x(20x+1)}{-5}$ ۶	۸
$(x+2)f(x)-3xf(x+2)=4x^2-mx+3m-1 \xrightarrow{x=0}$ $2f(0)-0=3m-1\to 2f(0)=3m-1 \xrightarrow{\times -3}$ $\xrightarrow{x=-2}$ $6f(0)=16+2m+3m-1\to$ $6f(0)=5m+15$ $-6f(0)=-9m+3$ $-4m+18=0\to 4m=18\Rightarrow m=\frac{9}{2}\to$ $2f(0)=3(\frac{9}{2})-1=\frac{25}{2}\to f(0)=\frac{25}{4}$ ۶	۹
$f(x)+f(\frac{1}{x})=\frac{3x^2-12x+3}{x} \xrightarrow{x=-1} f(-1)+f(\frac{1}{-1})=\frac{3+12+3}{-1}\to$ $2f(-1)=-18\to f(-1)=-9$ ۶ راه دوم: $\frac{3x^2-12x+3}{x}=3x-12+\frac{3}{x}$ $ax+b\ ,\ a\frac{1}{x}+b\to a(x+\frac{1}{x})+2b=$ $3x-12+\frac{3}{x}\to a=3, b=-6\to 3x-6\to$	۱۰

$f(-1)=-9$