نام و نام خانوادگی ...سارا ساسانی... **پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره** ...۴... **کلاس** ...یازدهم دختر A...

۱

الف) $f(x)=\sqrt{\frac{x-1}{x}-\frac{x}{x-1}} \longrightarrow x\neq 0,1 \quad \mathrm{I}$

$\frac{x-1}{x}-\frac{x}{x-1}\geq 0 \longrightarrow \frac{\cancel{x^2}-2x+1-\cancel{x^2}}{x^2-x}=\frac{1-2x}{x(x-1)}=$

	0		$\frac{1}{2}$		1	
$+$	ت‌ن	$-$	ϕ	$+$	ت‌ن	$-$

$D_f=(-\infty,0)\cup[\frac{1}{2},1) \quad \mathrm{II}$

$\mathrm{I}\cap\mathrm{II}\rightarrow D_f=(-\infty,0)\cup[\frac{1}{2},1)$

ب) $f(x)=\frac{\frac{1}{x+1}-\frac{2}{x}}{\frac{3}{x-1}+\frac{1}{x+2}} \longrightarrow x\neq -2,-1,0,1 \quad \mathrm{I}$

$\frac{3}{x-1}+\frac{1}{x+2}\neq 0 \rightarrow \frac{3x+6+x-1}{(x-1)(x+2)}\neq 0 \longrightarrow \frac{4x+5}{(x-1)(x+2)}\rightarrow x\neq -2,-\frac{5}{4},1$

$\mathrm{I}\cap\mathrm{II}\rightarrow D_f=\mathbb{R}-\{-2,-\frac{5}{4},-1,0,1\}$

۲

الف) $f(x)=\sqrt{\left(\left(\frac{1}{3}\right)^x-9\right)\left(32-4^x\right)} \longrightarrow \left(\left(\frac{1}{3}\right)^x-9\right)\left(32-4^x\right)\geq 0$

	$\log_{\frac{1}{3}}9$		$\log_4 32$	
$+$	ϕ	$-$	ϕ	$+$

$\longrightarrow \log_{\frac{1}{3}}9=-2 \quad \log_4 32=\frac{5}{2}$

$D_f=(-\infty,\log_{\frac{1}{3}}9]\cup[\log_4 32,+\infty)$

ب) $\sqrt[4]{x-1}+\sqrt{y+1}=3 \longrightarrow \sqrt{y+1}=3-\sqrt[4]{x-1} \longrightarrow x-1\geq 0\rightarrow x\geq 1 \quad \mathrm{I} \qquad 3-\sqrt[4]{x-1}\geq 0$

عبارت حاوی رادیکال همواره بزرگتر مساوی صفر است

$\sqrt[4]{x-1}\leq 3 \longrightarrow x-1\leq 81\rightarrow x\leq 82 \quad D_f=[1,82]$

۳

$f(x)=\frac{\log_4(x^2-x-2)}{\underbrace{\sqrt{x^2-1}+1}_{\text{همواره مثبت}}} \longrightarrow \log_4(x^2-x-2) \rightarrow x^2-x-2>0 \longrightarrow$

	-1		2	
$+$	ϕ	$-$	ϕ	$+$

$\longrightarrow D_f=(-\infty,-1)\cup(2,+\infty) \quad \mathrm{I}$

$x^2-1\geq 0 \longrightarrow x^2\geq 1\longrightarrow x\geq 1 \,,\, x\leq -1\rightarrow D_f\,(-\infty,-1]\cup[1,+\infty) \quad \mathrm{II}$

$\mathrm{I}\cap\mathrm{II}\longrightarrow D_f=(-\infty,-1)\cup(2,+\infty)$

۴

$\sqrt{3+ax-x^2} \longrightarrow [-2,b] \xrightarrow{if\ x=-2} 3-2a-4=0\longrightarrow -1-2a=0\rightarrow 2a=-1\rightarrow$

$a=-\frac{1}{2} \longrightarrow -x^2-\frac{1}{2}x+3\longrightarrow \Delta=\frac{1}{4}-4(-1)(3)=\frac{49}{4}\longrightarrow \frac{\frac{1}{2}\pm\cancel{\sqrt{\frac{49}{4}}}^{\frac{7}{2}}}{-2} \to -2 \,,\, \frac{3}{2} \Rightarrow$

$b=\frac{3}{2} \longrightarrow a+b=-\frac{1}{2}+\frac{3}{2}=\frac{2}{2}=1$

۵

$f(x)-x\geq 0 \longrightarrow f(x)\geq x \xrightarrow[\text{همواره برقرار است}]{\text{شرط برای } x\geq 1}$

$f(x)=\begin{cases}3x-2\,; & x\geq 1\\ 2x+3\,; & x<1\end{cases}$

$3x-2\geq x\longrightarrow 2x-2\geq 0\rightarrow x-1\geq 0\rightarrow x\geq 1 \checkmark \quad \mathrm{I}$

$2x+3\geq x\longrightarrow x+3\geq 0\longrightarrow x\geq -3 \quad \mathrm{II}$

$\mathrm{I}\cup\mathrm{II}\rightarrow D_f=[-3,+\infty)$

$f(x)\begin{cases}(a+1)(x+2)\ ; x\geq 1\\ ۳a+۲x\ ; x<1\end{cases}$ $۲f(۵)=f(-۲)+a$ $f(۵)=(a+1)(۷) \longrightarrow f(۵)=۷a+۷ \rightarrow ۲f(۵)=۱۴a+۱۴$ $f(-۲)=۳a-۴ \rightarrow ۱۴a+۱۴=۳a-۴+a \rightarrow$ $۱۴a+۱۴=۴a-۴ \longrightarrow ۱۰a=-۱۸$ $a=-۱/۸$	۶
$f(x)=\sqrt{x}+\frac{1}{\sqrt{x}}+۲ \longrightarrow f(۲-\sqrt{۳})+f(\underbrace{۲+\sqrt{۳}}_{t}) \longrightarrow f(۲+\sqrt{۳})+f(\frac{1}{۲+\sqrt{۳}})$ $\frac{1}{۲+\sqrt{۳}}=۲-\sqrt{۳} \longrightarrow f\ t+f(\frac{1}{t})=۲(\sqrt{t}+\frac{1}{\sqrt{t}})+۴ \longrightarrow ۲(\sqrt{۲+\sqrt{۳}}+\frac{1}{\sqrt{۲+\sqrt{۳}}})+۴ \longrightarrow$ $۲(\underbrace{\sqrt{۲+\sqrt{۳}}+\frac{1}{\sqrt{۲+\sqrt{۳}}}}_{S})+۴ \longrightarrow S^۲=(۲-\sqrt{۳})(۲+\sqrt{۳})+۲\sqrt{(۲+\sqrt{۳})(۲-\sqrt{۳})} \rightarrow$ $S^۲=۴ \rightarrow f(۲+\sqrt{۳})+f(۲-\sqrt{۳})=۲S+۴=۲\sqrt{۴}+۴$	۷
$۲f(x)-۳f(-x)=۴x^۲-x \xrightarrow{-x} ۲f(-x)-۳f(x)=+۴x^۲+x \xrightarrow{\times ۳}$ $۲f(-x)-۳f(x)=+۴x^۲+x$ $۶f(-x)-۹f(x)=۱۲x^۲+۳x$ $۴f(x)-۶f(-x)=۸x^۲-۲x$ $-۵f(x)=۲۰x^۲+x=x(۲۰x+1) \rightarrow$ $f(x)=\frac{x(۲۰x+1)}{-۵}$	۸
$(x+۲)f(x)-۳xf(x+۲)=۴x^۲-mx+۳m-1 \xrightarrow{x=0}$ $۲f(0)-0=۳m-1 \longrightarrow ۲f(0)=۳m-1^{\times -۳} \xrightarrow{x=-۲}$ $۶f(0)=۱۶+۲m+۳m-1 \longrightarrow ۶f(0)=۵m+۱۵$ $-۶f(0)=-۹m+۳$ $-۴m+۱۸=0 \longrightarrow ۴m=۱۸ \Rightarrow m=\frac{۹}{۲} \rightarrow$ $۲f(0)=۳(\frac{۹}{۲})-1=\frac{۲۵}{۲} \rightarrow f(0)=\frac{۲۵}{۴}$	۹
$f(x)+f(\frac{1}{x})=\frac{۳x^۲-۱۲x+۳}{x} \xrightarrow{x=-1} f(-1)+f(\frac{1}{-1})=\frac{۳+۱۲+۳}{-1} \rightarrow$ $۲f(-1)=-۱۸ \longrightarrow f(-1)=-۹$ راه دوم: $\frac{۳x^۲-۱۲x+۳}{x}=۳x-۱۲+\frac{۳}{x}$ $ax+b\ ,\ a\frac{1}{x}+b \rightarrow a(x+\frac{1}{x})+۲b=$ $۳x-۱۲+\frac{۳}{x} \rightarrow a=۳, b=-۶ \rightarrow ۳x-۶ \rightarrow$	۱۰

$f(-1)=-۹$