۱۹,۲۵

نام و نام خانوادگی : غزل عباسی فر   تکلیف شماره ۴   کلاس یازدهم دختر گروه A

۱

الف) $f(x)=\sqrt{\frac{x-۱}{x}-\frac{x}{x-۱}} \overset{\text{مخرج مشترک}}{=} \frac{(x-۱)^۲-x^۲}{x(x-۱)}=\frac{x^۲-۲x+۱-x^۲}{x(x-۱)}=\frac{۱-۲x}{x(x-۱)}$

$\frac{۱-۲x}{x(x-۱)}\geq ۰$

$$\begin{array}{ccccccc} & ۰ & & \frac{۱}{۲} & & ۱ & \\ + & | & - & \phi & + & | & - \\ & \text{ت.ن} & & & & \text{ت.ن} & \end{array}$$

$D\in(-\infty,۰)\cup[\frac{۱}{۲},۱)$

۲

ب) $f(x)=\dfrac{\frac{۱}{x+۱}-\frac{۲}{x}}{\frac{۳}{x-۱}+\frac{۱}{x+۲}} \Rightarrow$ برای کسرهای داخلی $x\neq ۰$ در مخرج یعنی : $R-\{-۱,۰,۱,-۲\}$

برای کسر بیرونی $\frac{۳}{x-۱}+\frac{۱}{x+۲}\neq ۰$ $\frac{۳(۴x+۲)+(x-۱)}{(x-۱)(x+۲)}=\frac{۳x+۶+x-۱}{(x-۱)(x+۲)}$

$۴x+۵=۰\Longrightarrow x=\frac{-۵}{۴}$ جواب نهایی سوال $\Rightarrow R-\{-۱,۰,۱,-۲,\frac{-۵}{۴}\}$

۲

الف) $f(x)=\sqrt{\left[(\frac{۱}{۳})^x-۹\right]\left[۳۲-۴^x\right]}$ ریشه‌ها $\Rightarrow (\frac{۱}{۳})^x=۹\Rightarrow x=-۲$

$۴^x=۳۲\Rightarrow ۲^{۲x}=۲^۵\Rightarrow \frac{۵}{۲}=x$

۱,۵

$$\begin{array}{ccccc} & -۲ & & \frac{۵}{۲} & \\ + & \phi & - & \phi & + \end{array}$$

$D\in(-\infty,-۲]\cup[\frac{۵}{۲},+\infty)$

ب) $\sqrt[۴]{x-۱}+\sqrt{y+۱}=۳$ $x-۱\geq ۰$ $x\geq ۱$ $y+۱\geq ۰$ $y\geq -۱$ $D=\{y\geq -۱, x\geq ۱ \mid (x,y)\in R\}$

۳

$f(x)=\dfrac{\log_۴(x^۲-x-۲)}{\sqrt{x^۲-۱}+۱}$ $x^۲-x-۲>۰$ $(x-۲)(x+۱)>۰$

$$\begin{array}{ccccc} & -۱ & & ۲ & \\ + & \phi & - & \phi & + \end{array}$$

$x<-۱\ ,\ x>۲$ ①

۲

$x^۲-۱\geq ۰$ $|x|\geq ۱$ $x\leq -۱ \cup x\geq ۱$ ② $① \cap ② \ D\in(-\infty,-۱)\cup(۲,+\infty)$

۴

$\sqrt{-x^۲+ax+۳}$ $D\in[-۲,b]$ $a+b=?$

$-۴-۲a+۳=۰$

$-۲a=۱\Rightarrow a=\frac{-۱}{۲}$

۲

سهمی رو به پایین و دیدیم ریشه‌ها برابر ۲- و b است:

$a+b=-\frac{۱}{۲}+\frac{۳}{۲}=\underline{①}$

$-x^۲+(\frac{-۱}{۲})x+۳\Longrightarrow \frac{-b\pm\sqrt{b^۲-۴ac}}{۲a}=\dfrac{\frac{۱}{۲}\pm\frac{۷}{۲}}{-۲}$ $x=\frac{۳}{۲},-۲ \rightarrow$ پس $b=\frac{۳}{۲}$

۵

$f(x)=\begin{cases} ۳x-۲ : x\geq ۱ \\ ۲x+۳ : x<۱ \end{cases}$ $D.g(x)=\sqrt{f(x)-x}$

۲

-۱ $f(x)-x\geq ۰$ پس $۳x-۲-x\geq ۰$

$۲x-۲\geq ۰$ $x\geq ۱$ (مشابه همان محدوده گفته شده می‌شود پس مجاز

-۲ برای محدوده $x<۱$

$f(x)-x\geq ۰$ $۲x+۳-x\geq ۰$ $x+۳\geq ۰$ $x\geq -۳$

پس در کل $۱>x\geq -۳$

$۱,۲\cap\Rightarrow[۱,+\infty)\cup[-۳,۱)=D_g\in[-۳,+\infty)$

۶

$f(x)=\begin{cases}(a+۱)(x+۲) : x>۱ \\ ۳a+۲x : x\leq ۱\end{cases}$ $۲f(۵)=f(-۲)+a$ $a?$

۲

$۲\times[(a+۱)(۷)]=۳a-۴+a$

$۱۴a+۱۴=۴a-۴\Longrightarrow ۱۰a=-۱۸$ $a=\frac{-۱۸}{۱۰}=\boxed{-۱,۸}$

۷

$f(x)=\sqrt{x}+\frac{۱}{\sqrt{x}}+۲$ $\quad \sqrt{۲-\sqrt{۳}}=b \;,\; \sqrt{\sqrt{۳}+۲}=a$

$f(۲-\sqrt{۳})+f(۲+\sqrt{۳})$ $\quad ۲+\sqrt{۳}=a^۲ \;,\; -\sqrt{۳}+۲=b^۲$

$a^۲+b^۲=۲+۲+\sqrt{۳}-\sqrt{۳}=۴$

$a\times b=\sqrt{(۲-\sqrt{۳})(۲+\sqrt{۳})}=\sqrt{۴-۳}=۱$ $\quad (a+b)^۲=a^۲+b^۲+۲ab=۴+۲=۶$

$\boxed{a+b=\sqrt{۶}} \Longrightarrow ۲+\frac{۱}{a}+a+۲+\frac{۱}{b}+b=۴+(\frac{۱}{a}+\frac{۱}{b})+(b+a)=$

$۴+\sqrt{۶}+\frac{a+b}{ab}=۴+\sqrt{۶}+\sqrt{۶}=\boxed{۴+۲\sqrt{۶}}$

۸

$۲f(x)-۳f(-x)=۴x^۲-x \xrightarrow{x\Rightarrow -x} ۴x^۲+x=-۳f(x)+۲f(-x)$

$(۲f(x)-۳f(-x)=۴x^۲-x)\times۲$ $\quad ۴f(x)-۶f(-x)=۸x^۲-۲x$

$(۲f(-x)-۳f(x)=۴x^۲+x)\times۳$ $\quad ۶f(-x)-۹f(x)=۱۲x^۲+۳x$

$-۵f(x)=۲۰x^۲+x \Rightarrow f(x)=-\frac{۲۰x^۲+x}{۵}$

$\Longrightarrow f(x)=-۴x^۲-\frac{x}{۵}$

۹

$(x+۲)f(x)-۳xf(x+۲)=۴x^۲-mx+۳m-۱$ $\quad$ ① ② $\frac{۳m-۱}{۲}=\frac{۵m+۱۵}{۶}$ $\quad$ ؟ $f(۰)$

$f(۰)\Rightarrow ۲f(۰)=۳m-۱\Rightarrow f(۰)=\frac{۳m-۱}{۲}$ ①

$f(-۲)\Rightarrow ۰+۶f(۰)=۱۶+۲m+۳m-۱$ $\quad \Rightarrow ۱۸m-۶=۱۰m+۳۰$

$\Rightarrow f(۰)=\frac{۵(m+۳)}{۶}$ ② $\quad ۸m=۳۶ \quad m=\frac{۹}{۲}$

جایگذاری $f(۰)=\frac{۳\times\frac{۹}{۲}-۱}{۲}=\boxed{\frac{۲۵}{۴}}$

۱۰

$f(x)+f(\frac{۱}{x})=\frac{۳x^۲-۱۲x+۳}{x}\Rightarrow ۳x-۱۲+\frac{۳}{x}$ $\quad$ ؟ $f(-۱)$

$f(x)=ax+b$ $\quad f(x)+f(\frac{۱}{x})=۲b+\frac{a}{x}+ax$ $\quad \begin{cases} a=۳ \\ b=-۶ \end{cases}$

$f(\frac{۱}{x})=b+\frac{a}{x}$

$\Longrightarrow f(x)=۳x-۶$ $\quad f(-۱)=-۳-۶=\boxed{-۹}$

$x-۱\geq ۰ \rightarrow x\geq ۱$ $\quad$ (ـــ ۲

$\underbrace{۳-\sqrt[۴]{x-۱}}_{\geq ۰}=\underbrace{\sqrt{y+۱}}_{+} \longrightarrow x\leq ۸۲ \;-\; D_f=[۱,۸۲]$