نام و نام خانوادگی : غزل عباس‌نو   تکلیف شماره ۴   کلاس یازدهم دختر گروه A

**۱**

الف) $f(x)=\sqrt{\frac{x-1}{x}-\frac{x}{x-1}}$ $\overset{\text{مخرج مشترک}}{=}$ $\frac{(x-1)^2-x^2}{x(x-1)} = \frac{x^2-2x+1-x^2}{x(x-1)} = \frac{1-2x}{x(x-1)}$

$\frac{1-2x}{x(x-1)} \geq 0$

| $0$ | | $\frac{1}{2}$ | | $1$ | |
|---|---|---|---|---|---|
| $+$ | ت.ن | $-$ ○ | $+$ | ت.ن | $-$ |

$D \in (-\infty, 0) \cup [\frac{1}{2}, 1)$

ب) $f(x)=\dfrac{\frac{1}{x+1}-\frac{2}{x}}{\frac{3}{x-1}+\frac{1}{x+2}} \Rightarrow$ برای کسرهای داخلی $x \neq 0$ در مخرج یعنی : $R-\{-1, 0, 1, -2\}$

برای کسر بیرونی $\frac{3}{x-1}+\frac{1}{x+2} \neq 0$ $\frac{3(x+2)+(x-1)}{(x-1)(x+2)} = \frac{3x+6+x-1}{(x-1)(x+2)}$

$4x+5=0 \Rightarrow x=\frac{-5}{4}$ جواب نهایی سوال $\Rightarrow R-\{-1, 0, 1, -2, \frac{-5}{4}\}$

**۲**

الف) $f(x)=\sqrt{[(\frac{1}{3})^x-9][32-4^x]}$ ریشه‌ها $\Rightarrow (\frac{1}{3})^x=9 \Rightarrow x=-2$

$4^x=32 \Rightarrow 2^{2x}=2^5 \Rightarrow \frac{5}{2}=x$

| | $-2$ | | $\frac{5}{2}$ | |
|---|---|---|---|---|
| $+$ | ○ | $-$ | ○ | $+$ |

$D \in (-\infty, -2] \cup [\frac{5}{2}, +\infty)$

ب) $\sqrt[4]{x-1}+\sqrt{y+1}=3$  $x-1\geq 0$  $x\geq 1$  $y+1\geq 0$  $y\geq -1$  $D=\{y\geq -1, x\geq 1 \mid (x,y)\in R\}$

**۳**

$f(x)=\frac{\log_4 (x^2-x-2)}{\sqrt{x^2-1}+1}$  $x^2-x-2>0$  $(x-2)(x+1)>0$

| | $-1$ | | $2$ | |
|---|---|---|---|---|
| $+$ | ○ | $-$ | ○ | $+$ |

$x<-1,\ x>2$ ①

$x^2-1\geq 0$  $|x|\geq 1$  $x\leq -1 \cup x\geq 1$ ②  ①∩② $D\in(-\infty,-1)\cup(2,+\infty)$

**۴**

$\sqrt{-x^2+ax+3}$  $D\in[-2, b]$  $a+b=?$

یعنی یکی از ریشه‌ها برابر ۲- پس:

$-4-2a+3=0$

$-2a=1 \Rightarrow a=\frac{-1}{2}$  $a+b=\frac{1}{-2}+\frac{3}{2}=1$

$-x^2+(\frac{-1}{2})x+3 \Rightarrow \frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a} = \dfrac{\frac{1}{2}\pm\frac{7}{2}}{-2}$  $x=\frac{3}{2}, -2 \rightarrow$ پس $b=\frac{3}{2}$

**۵**

$f(x)=\begin{cases}3x-2 : x\geq 1\\ 2x+3 : x<1\end{cases}$  $D_g ?$ $g(x)=\sqrt{f(x)-x}$

۱- $0\leq f(x)-x$ پس $3x-2-x\geq 0$

$2x-2\geq 0$  $x\geq 1$ (مشابه آن محدوده گفته شده می‌شود پس مجاز)

۲- $f(x)-x\geq 0$  $2x+3-x\geq 0$  $x+3\geq 0$  $x\geq -3$ برای محدوده $x<1$

پس در کل $1>x\geq -3$  $1, 2 \cap \Rightarrow [1,+\infty)\cup[-3,1) = D_g\in[-3,+\infty)$

**۶**

$f(x)=\begin{cases}(a+1)(x+2) : x>1\\ 3a+2x : x\leq 1\end{cases}$  $2f(5)=f(-2)+a$  $a?$

$2\times[(a+1)(7)] = 3a-4+a$

$14a+14=4a-4 \Rightarrow 10a=-18$  $a=\frac{-18}{10}=\boxed{-1.8}$

$f(x)=\sqrt{x}+\frac{1}{\sqrt{x}}+2 \qquad \sqrt{2-\sqrt{3}}=b \;,\; \sqrt{\sqrt{3}+2}=a$ ۷

$f(2-\sqrt{3})+f(2+\sqrt{3}) \qquad 2+\sqrt{3}=a^2 \;,\; -\sqrt{3}+2=b^2$

$a^2+b^2=2+2+\sqrt{3}-\sqrt{3}=4$

$a\times b=\sqrt{(2-\sqrt{3})(2+\sqrt{3})}=\sqrt{4-3}=1 \qquad (a+b)^2=a^2+b^2+2ab=4+2=6$

$\boxed{a+b=\sqrt{6}} \Longrightarrow 2+\frac{1}{a}+a+2+\frac{1}{b}+b=4+(\frac{1}{a}+\frac{1}{b})+(b+a)=$

$4+\sqrt{6}+\frac{a+b}{ab}=4+\sqrt{6}+\sqrt{6}=\boxed{4+2\sqrt{6}}$

---

$2f(x)-3f(-x)=4x^2-x \xrightarrow{x\Rightarrow -x} 4x^2+x=-3f(x)+2f(-x)$ ۸

$(2f(x)-3f(-x)=4x^2-x)\times 2 \qquad 4f(x)-6f(-x)=8x^2-2x$

$(2f(-x)-3f(x)=4x^2+x)\times 3 \qquad 6f(-x)-9f(x)=12x^2+3x$

$-5f(x)=20x^2+x \Rightarrow f(x)=-\frac{20x^2+x}{5}$

$\Longrightarrow f(x)=-4x^2-\frac{x}{5}$

---

$(x+2)f(x)-3xf(x+2)=4x^2-mx+3m-1 \qquad ①\,② \quad \frac{3m-1}{2}=\frac{5m+15}{6} \qquad ?\, f(0)$ ۹

$f(0)\Rightarrow 2f(0)=3m-1\Rightarrow f(0)=\frac{3m-1}{2}$ ①

$f(-2)\Rightarrow 0+6f(0)=16+2m+3m-1 \qquad \Rightarrow 18m-6=10m+30$

$\Rightarrow f(0)=\frac{5(m+3)}{6}$ ② $\qquad 8m=36 \qquad m=\frac{9}{2}$

جواب نهایی $f(0)=\frac{3\times\frac{9}{2}-1}{2}=\boxed{\frac{25}{4}}$

---

$f(x)+f(\frac{1}{x})=\frac{3x^2-12x+3}{x}\Rightarrow 3x-12+\frac{3}{x} \qquad ?\, f(-1)$ ۱۰

$f(x)=ax+b \qquad f(x)+f(\frac{1}{x})=2b+\frac{a}{x}+ax \quad \left.\begin{matrix} a=3 \\ b=-6\end{matrix}\right.$

$f(\frac{1}{x})=b+\frac{a}{x}$

$\Longrightarrow f(x)=3x-6 \qquad f(-1)=-3-6=\boxed{-9}$