$D_f = \mathbb{R} - \{0, \pm 1, -2, -\frac{5}{4}\}$ (ادامه تمرین ب سؤال ۱

نام و نام خانوادگی ...[illegible]... پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ...۴... کلاس ...یازدهم ... A...

۱

الف) $f(x)=\sqrt{\frac{x-1}{x}-\frac{x}{x-1}}$

$\frac{x-1}{x}-\frac{x}{x-1}\geq 0$

$\frac{(x-1)^2-x^2}{x(x-1)}\geq 0$ $\leftarrow 1-2x \to \frac{1}{2}$

	0		$\frac{1}{2}$		1	
+	ن ق	−	0	+	ن ق	−

$D_f=(-\infty,0)\cup[\frac{1}{2},1)$

ب) $f(x)=\dfrac{\frac{1}{x+1}-\frac{2}{x}}{\frac{3}{x-1}+\frac{1}{x+2}}$ $\quad (x+1\to -1,\ x\to 0,\ x-1\to 1,\ x+2\to -2)$

$x\neq \pm 1, 0, -2$

$\frac{3}{x-1}+\frac{1}{x+2}\neq 0 \Rightarrow \frac{3x+6+x-1}{(x-1)(x+2)}\neq 0$

$\Rightarrow 4x+5\neq 0 \Rightarrow x\neq -\frac{5}{4} \Rightarrow$ دامنه در بالا

۲

الف) $f(x)=\sqrt{\left(\left(\frac{1}{3}\right)^x-9\right)\left(32-4^x\right)}$

$\left(\frac{1}{3}\right)^x-9=0 \Rightarrow x=-2$

$32-4^x=0 \Rightarrow 4^x=2^{2x} \Rightarrow x=\frac{5}{2}$

	-2		$\frac{5}{2}$	
+	0	−	0	+

$\left(\left(\frac{1}{3}\right)^x-9\right)\left(32-4^x\right)\geq 0$ $\quad D_f=(-\infty,-2]\cup[\frac{5}{2},+\infty)$

ب) $\sqrt[4]{x-1}+\sqrt{y+1}=3$

$\sqrt{y+1}=3-\sqrt[4]{x-1}$

شرطها: 1) $x-1\geq 0 \Rightarrow x\geq 1=(I)$

2) $3-\sqrt[4]{x-1}\geq 0 \Rightarrow$

	82	
+	0	−

$\Rightarrow (-\infty,82]=(II)$

$D_f=(I)\cap(II)=[1,82]$

۳

$f(x)=\dfrac{\log_4(x^2-x-2)}{\sqrt{x^2-1}+1}$

① $x^2-x-2>0 \Rightarrow (x-2)(x+1)>0$

	-1		2	
+	0	−	0	+

$\Rightarrow (-\infty,-1)\cup(2,+\infty)=(I)$

② $x^2-1\geq 0 \Rightarrow x^2\geq 1$

$\Rightarrow x\geq 1$ یا $x\leq -1$

$(-\infty,-1]\cup[1,+\infty)=(II)$

③ $\sqrt{x^2-1}+1\neq 0$

$\Updownarrow$

$\sqrt{x^2-1}\neq -1$ همواره برقرار است

$D_f=(I)\cap(II)=(-\infty,-1]\cup(2,+\infty)$

۴

$f(x)=\sqrt{3+ax-x^2} \Rightarrow 3+ax-x^2\geq 0 \Rightarrow$ ریشه‌ها برابر با -2 و b

$D_f=[-2,b]$

$x=\dfrac{\frac{1}{2}\pm\sqrt{\frac{49}{4}}}{-2} \Rightarrow \dfrac{\frac{1}{2}+\frac{7}{2}}{-2}=\frac{4}{-2}=-2 \Rightarrow$ با توجه به دامنه $\dfrac{\frac{1}{2}-\frac{7}{2}}{-2}=\frac{-3}{-2}=\frac{3}{2}$

$\Delta=(-\frac{1}{2})^2-4(-1)(3)=\frac{1}{4}+12=\frac{49}{4}$

if $x=-2 \Rightarrow 3-2a-4=0 \Rightarrow 2a=-1 \Rightarrow a=-\frac{1}{2} \Rightarrow -x^2-\frac{1}{2}x+3$

$b=\frac{3}{2}$

$a+b=\frac{3}{2}-\frac{1}{2}=\frac{2}{2}=1$

۵

$f(x)=\begin{cases}3x-2 & ; x\geq 1\\ 2x+3 & ; x<1\end{cases}$

$g(x)=\sqrt{f(x)-x} \Rightarrow f(x)-x\geq 0$

if, $f(x)=3x-2 \Rightarrow 3x-2=x \Rightarrow x=1$

$(I)=[1,+\infty) \Leftarrow x\geq 1$ با توجه به خود ضابطه

if $\to f(x)=2x+3 \Rightarrow 2x+3=x \Rightarrow x=-3$

	-3	
−	0	+

$\Rightarrow (II)=[-3,1)$ با توجه به ضابطه

$D_g=(I)\cup(II)=[-3,+\infty)$

۶

$$f(x)=\begin{cases}(a+1)(x+2) & ; x>1\\ 3a+2x & ; x\leq 1\end{cases} \Rightarrow f(5)=(a+1)\underbrace{(5+2)}_{7}=7a+7$$

$$f(-2)=3a+2(-2)=3a-4$$

$2f(5)=f(-2)+a$

$a=?$

$$\Downarrow$$

$$2(7a+7)=3a-4+a$$

$$14a+14=4a-4 \Rightarrow 10a=-18 \Rightarrow a=-1/8$$

۷

$$f(x)=\sqrt{x}+\frac{1}{\sqrt{x}}+2 \qquad \frac{1}{2-\sqrt{3}}\times\frac{2+\sqrt{3}}{2+\sqrt{3}}=\frac{2+\sqrt{3}}{1}=2+\sqrt{3}$$

معکوس یکدیگرند

$$\frac{1}{2-\sqrt{3}}=2+\sqrt{3}$$

$$f(2-\sqrt{3})+f(2+\sqrt{3})=\overbrace{\sqrt{2-\sqrt{3}}+\sqrt{2+\sqrt{3}}+2}^{f(2-\sqrt{3})}+\underbrace{\sqrt{2+\sqrt{3}}+\sqrt{2-\sqrt{3}}+2}_{f(2+\sqrt{3})}=2\left(\sqrt{2-\sqrt{3}}+\sqrt{2+\sqrt{3}}\right)+4$$

می‌توان به توان ۲ رساند

با توجه به

$$\sqrt{2-\sqrt{3}}+\sqrt{2+\sqrt{3}}>0 \Rightarrow 2-\cancel{\sqrt{3}}+2+\cancel{\sqrt{3}}+2=6 \Rightarrow \sqrt{6}$$

$$\Rightarrow f(2-\sqrt{3})+f(2+\sqrt{3})=2(\sqrt{6})+4=2\sqrt{6}+4$$

۸

$$2f(x)-3f(-x)=4x^2-x \qquad f(x)=?$$

$$\begin{aligned}
x=x &\Rightarrow \times 2\;\; 2f(x)-3f(-x)=4x^2-x\\
x=-x &\Rightarrow \times 3\;\; 2f(-x)-3f(x)=4x^2+x
\end{aligned}
\Rightarrow
\begin{aligned}
4f(x)-\cancel{6f(-x)}&=8x^2-2x\\
\cancel{6f(-x)}-9f(x)&=12x^2+3x
\end{aligned}$$

$$\Downarrow$$

$$f(x)=\frac{-20x^2-x}{5} \Leftarrow -5f(x)=20x^2+x$$

۹

$$(x+2)f(x)-3xf(x+2)=4x^2 mx+3m-1$$

$f(0)=?$

$$f(0)=\frac{3\left(\frac{9}{2}\right)-1}{2}=\frac{25}{4}$$

$$x=-2 \Rightarrow 0+6f(0)=16+2m+3m-1 \Rightarrow f(0)=\frac{16+2m+3m-1}{6}$$

$$x=0 \Rightarrow 2f(0)-0=3m-1 \Rightarrow f(0)=\frac{3m-1}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{3m-1}{2}=\frac{16+2m+3m-1}{6} \Rightarrow 9m-3=15+5m \Rightarrow 4m=18 \Rightarrow m=\frac{9}{2}$$

۱۰

$$f(x)+f\left(\frac{1}{x}\right)=\frac{3x^2-12x+3}{x}$$

$$x=-1 \Rightarrow f(-1)+f(-1)=\frac{3+12+3}{-1}$$

$$\Rightarrow 2f(-1)=\frac{18}{-1}=-18 \Rightarrow f(-1)=-9$$