آروشا یادی   تکلیف شماره ۴   یازدهم دفتر ۸

۱-

$f(x)=\sqrt{\dfrac{x-1}{x}-\dfrac{x}{x-1}}$ $\dfrac{x-1}{x}-\dfrac{x}{x-1}\geq 0 \rightarrow \dfrac{1-2x}{x(x-1)}\geq 0$

x		0		$\frac{1}{2}$		1	
	$+$	$\perp$	$-$	0	$+$	$\perp$	$-$

$x\neq 0$ (II) $x-1\neq 0 \rightarrow x\neq 1$ (III) $(I)=(-\infty,0)\cup[\frac{1}{2},1)$

$(I)\cap(II)\cap(III)=(-\infty,0)\cup[\frac{1}{2},1)=D$

$f(x)=\dfrac{\frac{1}{x+1}-\frac{2}{x}}{\frac{3}{x-1}+\frac{1}{x+2}}$ $x+1\neq 0\rightarrow \boxed{x\neq -1}$ $\boxed{x\neq 0}$ $x-1\neq 0\rightarrow\boxed{x\neq 1}$ $x+2\neq 0\rightarrow\boxed{x\neq -2}$

$\dfrac{3}{x-1}+\dfrac{1}{x+2}\neq 0 \rightarrow \dfrac{4x+5}{(x-1)(x+2)}\neq 0\rightarrow \boxed{x\neq -\frac{5}{4}}$

$\rightarrow D=\mathbb{R}-\{-2,-\frac{5}{4},-1,0,1\}$

۲-

$f(x)=\sqrt{\left(\left(\frac{1}{3}\right)^x-9\right)\left(32-4^x\right)}$ $\left(\left(\frac{1}{3}\right)^x-9\right)\left(32-4^x\right)\geq 0$

محاسبه ریشه‌ها $\rightarrow \left(\frac{1}{3}\right)^x-9=0\rightarrow\left(\frac{1}{3}\right)^x=9\rightarrow\boxed{x=-2}$

x		-2		$\frac{5}{2}$	
	$+$	0	$-$	0	$+$

$32-4^x=0\rightarrow 4^x=32\rightarrow 2^{2x}=2^5\rightarrow\boxed{x=\frac{5}{2}}$

$D=(-\infty,-2]\cup[\frac{5}{2},+\infty)$

$\sqrt[4]{x-1}+\sqrt{y+1}=3$ $x-1\geq 0\rightarrow\boxed{x\geq 1}$ (I) $y+1\geq 0\rightarrow y\geq -1$

$\rightarrow\sqrt[4]{x-1}+\sqrt{y+1}=3\rightarrow\underbrace{\sqrt{y+1}}_{\text{حتما نامنفی}}=3-\sqrt[4]{x-1}\rightarrow 3-\sqrt[4]{x-1}\geq 0\rightarrow\sqrt[4]{x-1}\leq 3$

$\rightarrow x-1\leq 81\rightarrow\boxed{x\leq 82}$ (II) $\rightarrow (I)\cap(II)=1\leq x\leq 82$ $D=[1,82]$

۳-

$f(x)=\dfrac{\log_4^{(x^2-x-2)}}{\sqrt{x^2-1}+1}$ $x^2-x-2>0$

x		-1		2	
	$+$	0	$-$	0	$+$

$(I)=(-\infty,-1)\cup(2,+\infty)$

$x^2-1\geq 0$

x		-1		1	
	$+$	0	$-$	0	$+$

$(II)=(-\infty,-1]\cup[1,+\infty)$

$\sqrt{x^2-1}+1\neq 0\rightarrow$ همیشه برقرار

$D=(I)\cap(II)=(-\infty,-1)\cup(2,+\infty)$

s.a.m

$y=\sqrt{3+ax-x^2} \longrightarrow 3+ax-x^2\geqslant 0 \qquad D=[-2,b]$ ۴-

$\longrightarrow$ -2 و b ریشه‌ها هستند $\longrightarrow 3-2a-4=0 \longrightarrow \boxed{a=-\frac{1}{2}} \longrightarrow x^2+\frac{1}{2}x-3=0 \longrightarrow \boxed{b=\frac{3}{2}}$

$a+b=-\frac{1}{2}+\frac{3}{2}=1$

$g(x)=\sqrt{f(x)-x} \longrightarrow f(x)-x\geqslant 0$ ۵-

$x\geqslant 1 \longrightarrow f(x)=3x-2 \longrightarrow f(x)-x=3x-2-x=2x-2 \longrightarrow 2x-2\geqslant 0 \longrightarrow x\geqslant 1 \ (I)$

$x<1 \longrightarrow f(x)=2x+3 \longrightarrow f(x)-x=2x+3-x=x+3 \longrightarrow x+3\geqslant 0 \longrightarrow x\geqslant -3 \xrightarrow{x<1} -3\leqslant x<1 \ (II)$

$D=I\cup II=[-3,+\infty)$

$2f(5)=f(-2)+a \longrightarrow 2(a+1)(5+2)=3a-4+a \longrightarrow 14a+14=4a-4$ ۶-

$\longrightarrow 10a=-18 \longrightarrow a=\frac{-18}{10}=-\frac{9}{5}$

$f(x)=\sqrt{x}+\frac{1}{\sqrt{x}}+2 \longrightarrow f(2-\sqrt{3})+f(2+\sqrt{3})=\left(\sqrt{2-\sqrt{3}}+\frac{1}{\sqrt{2-\sqrt{3}}}+2\right)+\left(\sqrt{2+\sqrt{3}}+\frac{1}{\sqrt{2+\sqrt{3}}}+2\right)$ ۷-

$a=\sqrt{2-\sqrt{3}} \ , \ b=\sqrt{2+\sqrt{3}} \qquad a\times b=\sqrt{4-3}=1 \qquad a^2+b^2=(2-\sqrt{3})+(2+\sqrt{3})=4$

$a^2+b^2=4 \Longrightarrow (a+b)^2=4+2\underbrace{ab}_{1}=6 \Longrightarrow a+b=\sqrt{6}$

$f(2-\sqrt{3})+f(2+\sqrt{3})=\underbrace{(a+b)}_{\sqrt{6}}+\underbrace{\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}\right)}_{\sqrt{6}}+4 \qquad \frac{1}{a}+\frac{1}{b}=\frac{a+b}{\underbrace{ab}_{1}}=a+b=\sqrt{6}$

$\Longrightarrow \sqrt{6}+\sqrt{6}+4=2\sqrt{6}+4$

$2f(x)-3f(-x)=4x^2-x \xrightarrow{\times 2} 4f(x)-6f(-x)=8x^2-2x$ ۸-

$2f(-x)-3f(x)=4x^2+x \xrightarrow{\times 3} 6f(-x)-9f(x)=12x^2+3x$

$-5f(x)=20x^2+x$

$\Longrightarrow f(x)=-4x^2-\frac{x}{5}$

$(x+۲)f(x)-۳xf(x+۲)=۴x^۲-mx+۳m-۱$ ۹

$x=۰ \rightarrow ۲f(۰)=۳m-۱$ $\Rightarrow ۹m-۳=m+۱۵ \rightarrow ۸m=۱۸ \rightarrow m=\frac{۹}{۴}$

$x=-۲ \rightarrow ۶f(۰)=۱۶-۲m+۳m-۱=m+۱۵$

$۲f(۰)=\frac{۲۷}{۴}-۱=\frac{۲۳}{۴} \rightarrow f(۰)=\frac{۲۳}{۸}$

$f(x)+f(\frac{۱}{x})=\frac{۳x^۲-۱۲x+۳}{x} \rightarrow ax+b+\frac{a}{x}+b=۳x-۱۲+\frac{۳}{x}$ ۱۰

$\boxed{a=۳}$ $۲b=-۱۲ \rightarrow \boxed{b=-۶}$ $f(x)=۳x-۶ \rightarrow f(-۱)=۳(-۱)-۶=-۹$