پریا امینی

۱-

الف) $f(x)=\sqrt{\frac{x-۱}{x}-\frac{x}{x-۱}} \longrightarrow x\neq ۰,\ x\neq ۱,\ \frac{x-۱}{x}-\frac{x}{x-۱}\geqslant ۰ \longrightarrow$

$\frac{\cancel{x^۲}+۱-۲x-\cancel{x^۲}}{x(x-۱)} \longrightarrow \frac{۱-۲x}{x(x-۱)}\geqslant ۰$

$$\begin{array}{ccccccc} & ۰ & & \frac{۱}{۲} & & ۱ & \\ \hline + & \varnothing & - & \mid & + & \varnothing & - \end{array}$$

$x\in(-\infty,۰)\cup[\frac{۱}{۲},۱)$

ب) $f(x)=\frac{\frac{۱}{x+۱}-\frac{۲}{x}}{\frac{۳}{x-۱}+\frac{۱}{x+۲}} \longrightarrow x\neq -۱,\ x\neq ۰,\ x\neq ۱,\ x\neq -۲,$

$\frac{۳}{x-۱}+\frac{۱}{x+۲}\neq ۰ \longrightarrow \frac{۳(x+۲)+(x-۱)}{(x-۱)(x+۲)} \longrightarrow \frac{۳x+۶+x-۱}{x^۲+۲x-x-۲} \longrightarrow$

$\frac{۴x+۵}{x^۲+x-۲}\neq ۰ \longrightarrow ۴x+۵\neq ۰ \longrightarrow ۴x\neq -۵ \longrightarrow \frac{-۵}{۴}\neq x$

$x\in\mathbb{R}-\{-۱,۰,۱,-۲,-\frac{۵}{۴}\}$

DATE / / Subject:

پریا امینی

۲-

الف) $f(x) = \sqrt{\underbrace{\left(\left(\frac{1}{3}\right)^x - 9\right)\left(32 - 4^x\right)}_{\geqslant 0}}$

	-۲		$\frac{5}{2}$	
+	0	−	0	+

$\left(\frac{1}{3}\right)^x - 9 = 0 \longrightarrow x = -2$

$32 - 4^x = 0 \longrightarrow x = \frac{5}{2}$

$D = (-\infty, -2] \cup [\frac{5}{2}, +\infty)$

ب) $\sqrt[4]{x-1} + \sqrt{y+1} = 3 \longrightarrow x - 1 \geqslant 0 \longrightarrow x \geqslant 1$

$y + 1 \geqslant 0 \longrightarrow y \geqslant -1$

$D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x \geqslant 1, y \geqslant -1\}$

پریا امینی

۳-

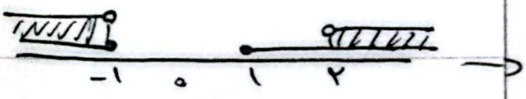
$$f(x) = \frac{\log_{۴}^{(x^۲-x-۲)}}{\sqrt{x^۲-۱}+۱}$$

$x^۲-x-۲>۰ \longrightarrow \begin{array}{ccccc} & -۱ & & ۲ & \\ + & ۰ & - & ۰ & + \end{array} \longrightarrow (-\infty,-۱)\cup(۲,+\infty)$

$x^۲-۱\geq ۰ \longrightarrow x^۲\geq ۱ \longrightarrow x\geq ۱ \cup x\leq -۱$

$\sqrt{x^۲-۱}+۱\neq ۰ \longrightarrow \sqrt{x^۲-۱}\neq -۱$

همواره برقرار است



$(-\infty,-۱)\cup(۲,+\infty)$

۴-

ریشه ی دیگر عبارت

$\sqrt{۳+ax-x^۲} \longrightarrow D=[-۲,b]$

$\leftarrow$ کوچکترین مقدار $\leftarrow$ صفر است

$۳-۲a-۴=۰ \longrightarrow -۱=۲a \longrightarrow a=-\frac{۱}{۲}$

$۳-\frac{۱}{۲}x-x^۲ \longrightarrow$ مجموع ریشه ها $=\frac{\frac{۱}{۲}}{-۱}=-\frac{۱}{۲}$

$b=-\frac{۱}{۲}-(-۲)=\frac{۳}{۲}$

$a+b=-\frac{۱}{۲}+\frac{۳}{۲}=۱$

۵-

$$f(x)-x\geqslant ۰ \begin{cases} x\geqslant ۱ \to ۳x-۲-x\geqslant ۰ \to ۲x-۲\geqslant ۰ \to x\geqslant ۱ \\ x<۱ \to ۲x+۳-x\geqslant ۰ \to x+۳\geqslant ۰ \to x\geqslant -۳ \end{cases}$$

$[-۳,۱)\cup[۱,+\infty) \longrightarrow x\geqslant -۳$

پریا امینی

-۶

$$f(x)=\begin{cases}(a+۱)(x+۲) & ;\ x>۱\\ ۲x+۳ & ;\ x\leq ۱\end{cases}$$

$$۲f(a)=f(-۲)+a$$

$$f(a)\rightarrow (a+۱)(۷)=۷a+۷$$

$$f(-۲)\rightarrow -۴+۳=-۱$$

$$۲(۷a+۷)=-۱+a\rightarrow ۱۴a+۱۴=-۱+a\rightarrow ۱۳a=-۱۵\rightarrow a=\frac{-۱۵}{۱۳}$$

-۷

$$f(x)=\sqrt{x}+\frac{۱}{\sqrt{x}}+۲$$

$$f(۲-\sqrt{۳})+f(۲+\sqrt{۳})=\sqrt{۶}+۲+\sqrt{۶}+۲=۲\sqrt{۶}+۴$$

$$f(۲+\sqrt{۳})=\sqrt{۲+\sqrt{۳}}+\frac{۱}{\sqrt{۲+\sqrt{۳}}}+۲=\frac{\sqrt{۳}+۱}{\sqrt{۲}}+\frac{۱}{\frac{\sqrt{۳}+۱}{\sqrt{۲}}}+۲$$

$$f(۲+\sqrt{۳})=\frac{\sqrt{۳}+۱}{\sqrt{۲}}+\frac{\sqrt{۲}}{\sqrt{۳}+۱}+۲$$

$$\frac{\sqrt{۳}+۱}{\sqrt{۲}}+\frac{\sqrt{۶}-\sqrt{۲}}{۲}+۲\rightarrow\frac{\sqrt{۶}+\sqrt{۲}}{۲}+\frac{\sqrt{۶}-\sqrt{۲}}{۲}+۲\rightarrow$$

$$\frac{\sqrt{۶}+\cancel{\sqrt{۲}}+\sqrt{۶}-\cancel{\sqrt{۲}}+۴}{۲}=\frac{\cancel{۲}\sqrt{۶}+\cancel{۴}}{\cancel{۲}}=\sqrt{۶}+۲$$

$$f(۲-\sqrt{۳})=\sqrt{۲-\sqrt{۳}}+\frac{۱}{\sqrt{۲-\sqrt{۳}}}+۲=\frac{\sqrt{۳}-۱}{\sqrt{۲}}+\frac{۱}{\frac{\sqrt{۳}-۱}{\sqrt{۲}}}+۲=$$

$$\frac{\sqrt{۳}-۱}{\sqrt{۲}}+\frac{\sqrt{۲}}{\sqrt{۳}-۱}+۲=\frac{\sqrt{۳}-۱}{\sqrt{۲}}+\frac{\sqrt{۶}+\sqrt{۲}}{۲}+۲=\frac{\sqrt{۶}-\sqrt{۲}}{۲}+\frac{\sqrt{۶}+\sqrt{۲}}{۲}+۲=$$

$$\frac{\sqrt{۶}-\cancel{\sqrt{۲}}+\sqrt{۶}+\cancel{\sqrt{۲}}+۴}{۲}=\frac{\cancel{۲}\sqrt{۶}+\cancel{۴}}{\cancel{۲}}=\sqrt{۶}+۲$$

پریا_امینی

-۸

① $۲f(x) - ۳f(-x) = ۴x^۲ - x$

$۲f(-x) - ۳f(-(-x)) = ۴(-x)^۲ - (-x)$

$۲f(-x) - ۳f(x) = ۴x^۲ + x \longrightarrow$ ② $-۳f(x) + ۲f(-x) = ۴x^۲ + x$

حذف $f(-x) \leftarrow$

① $\xrightarrow{\times ۲}$ $۴f(x) - \cancel{۶f(-x)} = ۸x^۲ - ۲x$ ③

② $\xrightarrow{\times ۳}$ $-۹f(x) + \cancel{۶f(-x)} = ۱۲x^۲ + ۳x$ ④

$-۵f(x) = ۲۰x^۲ + x \xrightarrow[\div -۵]{} f(x) = \frac{۲۰x^۲ + x}{-۵}$

$f(x) = -\left(\frac{۲۰x^۲}{۵}\right) - \left(\frac{x}{۵}\right) \longrightarrow f(x) = -۴x^۲ - \frac{x}{۵}$

-۹

$(x+۲)f(x) - ۳xf(x+۲) = ۴x^۲ - mx + ۳m - ۱$

$f(x) = ax^۲ + bx + c \longrightarrow (ax^۲ + bx + c)(x+۲) - ۳x(a(x+۲)^۲ +$

$b(x+۲) + c) = ۴x^۲ - mx + ۳m - ۱ \longrightarrow (ax^۲ + bx + c)(x+۲) =$

$ax^۳ + ۲ax^۲ + bx^۲ + ۲bx + cx + ۲c = ax^۳ + (۲a+b)x^۲ + (۲b+c)x + ۲c$

$a(x+۲)^۲ = a(x^۲ + ۴x + ۴) = ax^۲ + ۴ax + ۴a$

$b(x+۲) = bx + ۲b$

$۳x(a(x+۲)^۲ + b(x+۲) + c) = ۳x(ax^۲ + ۴ax + ۴a + bx + ۲b + c)$

$= ۳x(ax^۲ + (۴a+b)x + (۴a + ۲b + c)) = ۳ax^۳ + ۳(۴a+b)x^۲ +$

$۳(۴a + ۲b + c)x = ۳ax^۳ + (۱۲a + ۳b)x^۲ + (۱۲a + ۶b + ۳c)x$

$(ax^۳ + (۲a+b)x^۲ + (۲b+c)x + ۲c) - (۳ax^۳ + (۱۲a + ۳b)x^۲ + (۱۲a$

$+ ۶b + ۳c)x) = ۴x^۲ - mx + ۳m - ۱$

DATE / / Subject:

پریا امینی

مجموع ضرایب $x^۳$ باید صفر شود ←

$a-۳a=-۲a=۰ \to a=۰$

$f(x)=bx+c$

دوباره مراحل قبل را تکرار می کنیم :

$(bx+c)(x+۲)-۳x(b(x+۲)+c)=۴x^۲-mx+۳m-۱$

$(bx+c)(x+۲)=bx^۲+۲bx+cx+۲c=bx^۲+(۲b+c)x+۲c$

$۳x(b(x+۲)+c)=۳x(bx+۲b+c)=۳bx^۲+۶bx+۳cx=$

$۳bx^۲+(۶b+۳c)x$

معادله اصلی $\to (bx^۲+(۲b+c)x+۲c)-(۳bx^۲+(۶b+۳c)x)=$

$۴x^۲-mx+۳m-۱$

ضرایب $x^۲$ ←

$b-۳b=-۲b=۴ \to b=-۲$

ضرایب x ←

$(۲b+c)-(۶b+۳c)=-m \to ۲b+c-۶b-۳c=-m \to$

$-۴b-۲c=-m \xrightarrow{b=-۲} -۴(-۲)-۲c=-m \to ۸-۲c=-m \to$

$m=۲c-۸$

ضرایب ثابت ←

$۲c=۳m-۱$

$\to m=۲c-۸ \to m=۳m-۱-۸ \to ۲m=۹ \to m=\frac{۹}{۲}$

$c=\frac{۲۵}{۴}$

$f(x)=-۲x+\frac{۲۵}{۴} \to f(۰)=-۲(۰)+\frac{۲۵}{۴}=\frac{۲۵}{۴}$

Scanned with CamScanner

پریا امینی

-۱۰

$f(x) = ax+b$

$f(x)+f(\frac{1}{x}) = ax+b+a(\frac{1}{x})+b = ax+b+\frac{a}{x}+b = ax+\frac{a}{x}+۲b$

$f(x)+f(\frac{1}{x}) = \frac{(۳x^۲-۱۲x+۳)}{x}$

$\frac{(۳x^۲-۱۲x+۳)}{x} = \frac{۳x^۲}{x}-\frac{۱۲x}{x}+\frac{۳}{x} = ۳x-۱۲+\frac{۳}{x}$

ضریب x ← $a=۳$

ضریب $\frac{1}{x}$ ← $a=۳$

جمله‌ی ثابت ← $۲b=-۱۲$ ← $b=-۶$

$f(x)=۳x-۶ \rightarrow f(-۱)=۳(-۱)-۶=-۹$