به نام خدا میرمحمدعلی

$$f(x)=\left(\frac{1}{2}\right)^{x-2}-1 \to f(x+1)=\left(\frac{1}{2}\right)^{x-1}-1$$ ۱

$$x^3\times(\underbrace{2^{1-x}-1}_{=0})\geq 0$$

$$x^3 \to 0$$

$$2^{1-x}-1=0 \to 2^{1-x}=1 \to 2^0 \to x=1$$

$$\boxed{D_f=[0,1]}$$

	0		1	
−	0	+	0	−

$$f(x)=\sqrt{x+|x+2|} \to f(-x)=\sqrt{|2-x|-x} \to$$ ۲

$$|2-x|-x\geq 0 \to \begin{cases} 2-x\geq x \to 1\geq x \\ 2-x\leq -x \to 2\leq 0 \to \text{محال نیست} \end{cases} \to$$

$$\boxed{D_f=(-\infty,1]}$$

$$y=\sqrt{\frac{x-1}{f(x)}} \to$$ ۳

$x-1 \to 1$

$f(x) \to -4, 2, 3$

	-4		1		2		3	
−	0	+	0	−	0	+	0	−

$$\frac{x-1}{f(x)}\geq 0 \to \boxed{D_f=(-4,1]\cup(2,3)}$$

$$D_{g_1}=D_{g_2}=\mathbb{R}-\{2\}$$ ریشه‌های ۲ معادله برابرند چون که توی مخرجن و تنها شرط ما نبودن دردامنه در این تابع صفر شدن مخرجه ۴

$$9x^4 - 6x^2 - x^2 - 4x - 4 + 1$$

$$\underbrace{(9x^4 - 6x^2 + 1)}_{(3x^2-1)^2} \underbrace{- x^2 - 4x - 4}_{-(x+2)^2}$$

$$(3x^2-1)^2 - (x+2)^2 \neq 0 \to 3x^2 - 1 = x + 2 \to$$

$$3x^2 - x = 3 \to 3x^2 - x - 3 = 0 \to$$

$$3x^2 - x - 3 = 3x^2 + ax + b \to a = -1,\ b = -3 \to$$

$$\boxed{\sqrt{-(a+b)} = \sqrt{4} = 2}$$

$$f(x) = x^3 + x \qquad y = \sqrt{f(x) - f\left(\frac{4}{x}\right)} \to \qquad \leftarrow 5$$

$$f(x) - f\left(\frac{4}{x}\right) \geq 0 \to f(x) \geq f\left(\frac{4}{x}\right) \to$$

$$x^3 + x \geq \frac{64}{x^3} + \frac{4}{x} \to x^3 - \frac{64}{x^3} \leq x - \frac{4}{x} \to$$

$$\left(x - \frac{4}{x}\right)\left(x^2 + \frac{16}{x^2} + 4\right) + x - \frac{4}{x} \geq 0 \to$$

$\Delta < 0 \to +$ همیشه

$$x^2 + \frac{16}{x^2} + 4 + 1 \geq 0 \to \frac{(x^4 + 16 + 5x^2)\left(x - \frac{4}{x}\right)}{x^2} \geq 0$$

$0 \neq \leftarrow x^2$

$$x - \frac{4}{x} \rightarrow 2, -2 \rightarrow$$

	-2		0		2	
$-$	0	$+$	$\times$	$-$	0	$+$

$$\boxed{D_f = [-2, 0) \cup [2, +\infty)}$$

$$f(x^3 + x) = 2x^2 - 1 \rightarrow f(2) + f(10) = \qquad \leftarrow 6$$

$$\left.\begin{array}{l} x^3 + x = 2 \rightarrow x = 1 \rightarrow 2 \times 1 - 1 = 1 \\ x^3 + x = 10 \rightarrow x = 2 \rightarrow 2 \times 4 - 1 = 7 \end{array}\right\} \rightarrow f(2) + f(10) = \boxed{1 + 7 = 8}$$

$$f(x) = x^3 - 6x^2 + 12x$$

$$f(\sqrt[3]{4} + 2) = (4 + 8 + \cancel{6\sqrt[3]{16}} + \cancel{12\sqrt[3]{4}}) - 6(\sqrt[3]{16} + \cancel{4\sqrt[3]{4}} + \cancel{4}) \qquad \leftarrow 7$$

$$+ 12(\cancel{\sqrt[3]{4}} + \cancel{2}) = 10$$

$$g(x) = x^{۳} + ۹x^{۲} + ۲۷x$$

$$g(\sqrt[۳]{۷} - ۳) = (۷ - ۲۷ - \cancel{۹\sqrt[۳]{۴۹}} + \cancel{۲۷\sqrt[۳]{۷}}) + ۹(\cancel{\sqrt[۳]{۴۹}} - \cancel{۶\sqrt[۳]{۷}} + \cancel{۹})$$

$$+ ۲۷(\cancel{\sqrt[۳]{۷}} - \cancel{۳}) = ۷ - ۲۷ = -۲۰$$

$$\rightarrow \frac{g(\sqrt[۳]{۷} - ۳)}{f(\sqrt[۳]{۲} + ۲)} = \boxed{\frac{-۲۰}{۱۰} = -۲}$$

$$f(x) = \sqrt{(x-۴) + ۴\sqrt{x-۴} + ۴} \rightarrow \qquad \leftarrow ۸$$

$$f(x) = \sqrt{(\sqrt{x-۴} + ۲)^{۲}} \rightarrow f(x) = |\sqrt{x-۴} + ۲|$$

$$g(x) = \sqrt{(x-۴) - ۴\sqrt{x-۴} + ۴} \rightarrow g(x) = |\sqrt{x-۴} - ۲|$$

$$f(x) + g(x) = a + b\sqrt{x+c} \rightarrow$$

$$\xrightarrow{۴ \leq x < ۸} \sqrt{x-۴} + ۲ + ۲ - \sqrt{x-۴} = ۴$$

$$\xrightarrow{x \geq ۸} \sqrt{x-۴} + ۲ + \sqrt{x-۴} - ۲ = ۰ + ۲\sqrt{x-۴}$$

$$۰ + ۲\sqrt{x-۴} = a + b\sqrt{x+c} \rightarrow \boxed{\frac{a+b}{c} = \frac{۰+۲}{-۴} = \frac{-۱}{۲}}$$

$$a \rightarrow ۰, \quad b \rightarrow ۲, \quad c \rightarrow -۴$$

$x^2-4x+3\neq 0 \Rightarrow (x-1)(x-3)\neq 0$ ← 9

$1 \quad 3$

$\dfrac{x+2}{\underbrace{x^2-4x+3}_{1,3}}\neq 0 \quad -2$

$f(2) = -4 \qquad f(0) = \dfrac{2}{3}$

$$\boxed{g_f = \{(2,-\tfrac{1}{4}),(0,9\ )}$$

$f(2x) = \{(\tfrac{1}{2},2),(\tfrac{3}{2},-1),(2,2),(-\tfrac{1}{2},9)\}$ ← 10

$f(x^2) = \{(1,2),(\sqrt{3},-1),(2,2)\}$

$2g^2(x)+1 = \{(-2,19),(1,3),(3,9),(-1,1)\}$

$\dfrac{2f}{g} = \{(1,-4),(3,-1)\}$