ریاضیات ۲۰ یازدهم تجربی A — تکلیف ۵

۱)

$f(x)=(\frac{1}{2})^{x-2}-1$

$y=\sqrt{x^3 f(x+1)} \Rightarrow x^3 f(x+1)\geq 0$

$\Rightarrow \sqrt{x^3((\frac{1}{2})^{x-1}-1)} \Rightarrow \begin{array}{c|c|c|c} & 0 & & 1 \\ - & & + & - \end{array} \Rightarrow D_f=[0,1]$

$(\frac{1}{2})^{x-1}=1 \Rightarrow x-1=0 \Rightarrow x=1$

۵

---

۲)

$f(x)=\sqrt{x+|x+2|} \Rightarrow x+|x+2|\geq 0 \Rightarrow \begin{cases} x+x+2\geq 0 \Rightarrow 2x+2\geq 0 \Rightarrow x\geq -1 \\ x-x-2\leq 0 \Rightarrow -2\leq 0 \end{cases}$

$f(-x)=?$

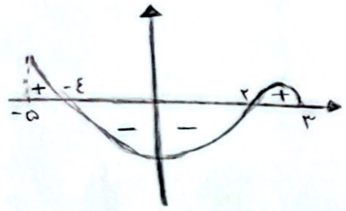
$\Rightarrow D_f=[-1,+\infty) \rightarrow f(x)$

$\Rightarrow D_{f(-x)}=\boxed{(-\infty,1]} \xleftarrow{\text{چون}} -x\geq -1 \Rightarrow x\leq 1$

۵

---

۳)



$y=\sqrt{\frac{x-1}{f(x)}} \Rightarrow \frac{x-1}{f(x)}\geq 0$

$-5,\ -4,\ 1,\ 2,\ 3$

$-5,-4,2,3$

$\Rightarrow D_f=\boxed{(-4,1]\cup(2,3)}$

۵

---

۴)

$9x^4-7x^2-4x-3 \;\big|\; 3x^2+ax+b$

$\qquad\qquad\qquad\qquad 3x^2-ax+1$

$-9x^4-3x^3a-3x^2b$

$-3ax^3-x^2(7+3b)-4x-3$

$+3ax^3+a^2x^2+abx$

$x^2(a^2-7-3b)+x(ab-4)-3=0$

$-3x^2-ax-b$

$\Rightarrow \sqrt{-(a+b)}=\sqrt{-(-1-3)}=\sqrt{4}=2$

$\Rightarrow b=-3,\ a^2-3b-7=3 \Rightarrow a^2+9-7-3=0 \Rightarrow a^2=1 \Rightarrow a=+1 ✗,\ -1 ✓$

$a=ab-4 \Rightarrow a=-3a-4 \Rightarrow -4a=+4 \Rightarrow a=-1 ✓$

۵

---

۵)

$f(x)=x^3+x \qquad f(\frac{4}{x}) \Rightarrow \frac{64}{x^3}+\frac{4}{x}$

$y=\sqrt{f(x)-f(\frac{4}{x})} \Rightarrow f(x)-f(\frac{4}{x})\geq 0 \Rightarrow x^3+x-\frac{64}{x^3}-\frac{4}{x}\geq 0 \Rightarrow \frac{x^6+x^4-4x^2-64}{x^3}\geq 0$

$\xrightarrow{x^2=t} t^3+t^2-4t-64=(t-4)\underbrace{(t^2+5t+16)}_{\text{همیشه مثبت}} \Rightarrow x^2-4=0 \Rightarrow x=\pm 2$

$\Rightarrow \frac{(x^2-4)(x^2+5x+16)}{x^3}\geq 0 \Rightarrow \frac{x^2-4}{x^3}\geq 0 \Rightarrow \begin{array}{ccccccc} & -2 & & 0 & & 2 & \\ - & & + & & - & & + \end{array} \Rightarrow D_f=\boxed{[-2,0)\cup[2,+\infty)}$

۵

---

۶)

$f(x^3+x)=2x^2-1 \xrightarrow{x^3+x=t} f(t)=2x^2-1 \Rightarrow \begin{cases} x^3+x=2 \Rightarrow x^3+x-2=0 \Rightarrow x=1 \\ x^3+x=10 \Rightarrow x^3+x-10=0 \Rightarrow x=2 \end{cases}$

$f(2)+f(10)=?$

$\Rightarrow f(2)=2-1=1,\ f(10)=2(4)-1=8-1=7$

$\Rightarrow f(2)+f(10)=7+1=\boxed{8}$

۵

۷

$$f(x) = x^۳ - ۶x^۲ + ۱۲x$$
$$g(x) = x^۳ + ۹x^۲ + ۲۷x$$
$$\frac{g(\sqrt[۳]{۷} - ۳)}{f(\sqrt[۳]{۲} + ۲)} = ? \Rightarrow \frac{-۲۰}{۱۰} = \boxed{-۲}$$

$$f(x) = (x-۲)^۳ + ۸ \quad \begin{cases} t = \sqrt[۳]{۲} + ۲ \Rightarrow t - ۲ = \sqrt[۳]{۲} \\ (\sqrt[۳]{۲})^۳ + ۸ = ۲ + ۸ = ۱۰ \end{cases}$$
$$g(x) = (x+۳)^۳ - ۲۷ \Rightarrow (\sqrt[۳]{۷})^۳ - ۲۷ = ۷ - ۲۷ = -۲۰$$
$$\sqrt[۳]{۷} - ۳ = t \Rightarrow t + ۳ = \sqrt[۳]{۷}$$

۸

$$t = \sqrt{x - ۴}, \quad x \geq ۴ \Rightarrow t \geq ۰ \ , \ x = t^۲ + ۴$$
$$\Rightarrow f(x) = \sqrt{t^۲ + ۴ + ۴t} = \sqrt{(t+۲)^۲} = t + ۲$$
$$g(x) = \sqrt{t^۲ + ۴ - ۴t} \Rightarrow \sqrt{(t-۲)^۲} = |t - ۲|$$
$$f(x) + g(x) = \begin{cases} t + ۲ + t - ۲ = ۲t \\ -t + ۲ - t + ۲ = ۴ \end{cases}$$
$$f(x) + g(x) = ۲t = ۲\sqrt{x-۴} = a + b\sqrt{x + c} \Rightarrow a = ۰ , \ b = ۲ , \ c = -۴$$
$$\Rightarrow \frac{a+b}{c} = \frac{۰ + ۲}{-۴} = \boxed{-\frac{۱}{۲}}$$

۹

$$f(x) = \frac{x + ۲}{x^۲ - ۴x + ۳} \Rightarrow \begin{cases} f(۲) = \frac{۴}{۴ - ۸ + ۳} = -۴ \\ f(۱) = \frac{۳}{۱ - ۴ + ۳} \Rightarrow \times \\ f(۳) = \frac{۵}{۹ - ۱۲ + ۳} \Rightarrow \times \\ f(۰) = \frac{۲}{۳} \end{cases} \Rightarrow f(x) = \{(۲, -۴)(۰, \tfrac{۲}{۳})\}$$
$$g(x) = \{(۲,۱)(۱,۰)(۳,۵)(۰,۴)\}$$
$$\frac{g}{f} = ? \Rightarrow \boxed{\{(۲, \tfrac{۱}{-۴})(۰, ۶)\}}$$

۱۰

$$f(x) = \{(۱,۲),(۳,-۱),(۴,۲),(-۱,۶)\}$$
$$g(x) = \{(۱,-۱),(۳,۲),(-۲,۳),(-۱,۰)\}$$

الف) $f(۲x) = \{(\tfrac{۱}{۲},۲)(\tfrac{۳}{۲},-۱)(۲,۲)(-\tfrac{۱}{۲},۶)\}$

ب) $f(x^۲) = \{(\pm ۱, ۲)(\pm\sqrt{۳}, -۱)(\pm\sqrt{۴}, ۲)\}$

ج) $۲g^۲(x) + ۱ = \{(۱,۳)(۳,۹)(-۲,۱۹)(-۱,۱)\}$

د) $\frac{۲f}{g} = \{(۱,-۴)(۳,-۱)\}$