تمرین شماره ۵ مهسا دوستان یازدهم دفتر A

① $f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^{x-2} - 1$

$x+1 \rightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^{x-1} - 1$

$y = \sqrt{x^3 \times \left(\left(\frac{1}{2}\right)^{x-1} - 1\right)} \rightarrow x^3 \times \left(\frac{1}{2}^{x-1} - 1\right) \geq 0$

$x^3 \rightarrow 0$

$\frac{1}{2}^{x-1} = 1 \rightarrow x - 1 = 0$

$x = 1$

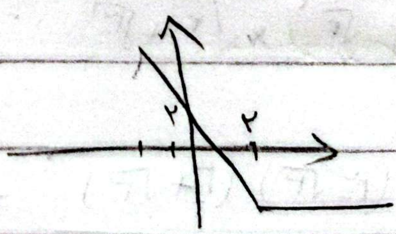
	0		1	
$-$		$+$		$-$

$D_f = [0, 1]$

② $f(x) = \sqrt{x + |x+2|}$

$f(-x) \rightarrow f(-x) = \sqrt{-x + |-x+2|}$

	2	
$-x-x+2$		$\underbrace{-x+x-2}$
$-2x+2$		-2

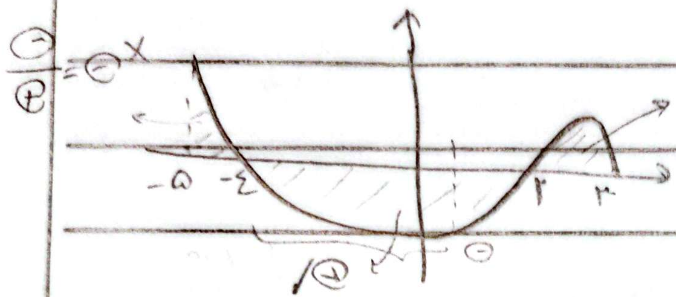


$D_f = (-\infty, 1]$

تاریخ: / /　　　موضوع:

③

$$y=\sqrt{\frac{x-1}{f(x)}}$$



$\sqrt{\frac{x-1\to\oplus}{f(x)\to\oplus}}\Big\}\ \oplus$ ✓

$$D_f=(-۴,1]\cup(۲,۳)$$

	-۵		-۴		۱		۳	
$x-1$	−		−		+		+	
$f(x)$	+	۰	−		−	۰	+	۰
$\sqrt{\frac{x-1}{f(x)}}$	−	ت ن	+	۰	−	ت ن	+	ت ن

④

$$9x^4-7x^2-4x-۳-۴+1$$

$$\underbrace{9x^4-6x^2+1}_{(۳x^2-1)^2}-\underbrace{x^2-4x-4}_{-(x+۲)^2}=(۳x^2-1)^2-(x+۲)^2\neq 0$$

$(۳x^2-1)^2\neq(x+۲)^2\to(۳x^2-1)\neq x+۲\to\begin{cases}۳x^2-x-۳=0\\ ۳x^2+ax+b\end{cases}$

$\sqrt{-(a+b)}=\sqrt{-1-(-۳)}=$ ② جواب سوال　$\leftarrow$ $a=-1$, $b=-۳$

⑤

$$f(x)=x^3+x$$

$$\sqrt{x^3+x-\left(\frac{۴}{x}\right)^3+\frac{۴}{x}}\to x^3+x-\frac{64}{x^3}-\frac{۴}{x}\geq 0$$

$$\frac{x^3-4}{x} + \frac{x^6-64}{x^3} \geq 0$$

$$\frac{x^5-4x^2+x^6-64}{x^3} \geq 0 \qquad x=0$$

$$x^6+x^4-4x^2-64 = x^6-64+x^4-4x^2 \Rightarrow x^2=t$$

$$t^3+t^2-4t-64 = t^3-64+t^2-4t =$$

$$(t-4)(t^2+4t+16)+t(t-4) = (t-4)(\underbrace{t^2+5t+16}_{\Delta<0})$$

$$t=4 \to x^2=4 \to x=\pm 2$$

	-2		0		2	
$-$		$+$		$-$		$+$

$$D_f = [-2,0) \cup [2,+\infty)$$

$$\left.\begin{aligned} x=3 &\to f(10) = 7 \\ x=1 &\to f(2) = 1 \end{aligned}\right\} \quad f(10)+f(2) = 1+7 = 8$$

4

۷

$$f(x) = x^۳ - ۶x^۲ + ۱۲x - ۸ + ۸ = (x-۲)^۳ + ۸$$

$$g(x) = x^۳ + ۹x^۲ + ۲۷x + ۲۷ - ۲۷ = (x+۳)^۳ - ۲۷$$

$$\frac{g(\sqrt[۳]{۷} - ۳)}{f(\sqrt[۳]{۲} + ۲)} = \frac{(\sqrt[۳]{۷} - ۳ + ۳)^۳ - ۲۷}{(\sqrt[۳]{۲} + ۲ - ۲)^۳ + ۸}$$

$$= \frac{۷ - ۲۷}{۲ + ۸} = \frac{-۲۰}{۱۰} = \boxed{-۲}$$

۸

$$f(x) = \sqrt{x + ۴\sqrt{x-۴}}$$

$$g(x) = \sqrt{x - ۴\sqrt{x-۴}} \qquad x \geq ۴$$

$$f(x) + g(x) = a + b\sqrt{x+c} \qquad \frac{a+b}{c}$$

$$\sqrt{x + ۴\sqrt{x-۴} + ۴ - ۴} = \sqrt{(\sqrt{x-۴} + ۲)^۲} = |\sqrt{x-۴} + ۲|$$

$$\sqrt{x - ۴\sqrt{x-۴} - ۴ + ۴} = \sqrt{(\sqrt{x-۴} - ۲)^۲} = |\sqrt{x-۴} - ۲|$$

$۴ \leq x < ۸$

$$\sqrt{x-۴} + ۲ - \sqrt{x-۴} + ۲ = ۴$$

$x \geq ۸$

$$\sqrt{x-۴} + ۲ + \sqrt{x-۴} - ۲ = ۲\sqrt{x-۴} \Rightarrow a = ۰,\ b = ۲,\ c = -۴$$

$$\frac{a+b}{c} = \frac{۲}{-۴} = \boxed{-\frac{۱}{۲}}$$

$f(x)\ \frac{x+2}{x^2-4x+3} \longrightarrow (x-3)(x-1) \Longrightarrow \begin{matrix} x \neq 1 \\ x \neq 3 \end{matrix}$ ①

$\frac{g}{f} = \frac{\{(2,1)\ ,\ (0,4)\}}{\{(2,-4)\ ,\ (0,\frac{2}{3})\}} = \{(2,\frac{-1}{4}),(0,6)\}$

⑩ ~~الف) $f(2x) = \{(-1,2),(\frac{1}{2},-1),(\frac{3}{2},2),(\frac{1}{2},6)\}$~~

~~ب) $f(x^2) = \{(1,-1),(\sqrt{3},2),$~~

⑪

الف) $f(2x) = \{(\frac{1}{2},2),(\frac{3}{2},-1),(2,2),(\frac{-1}{2},6)\}$

ب) $f(x^2) = \{(1,2),(\sqrt{3},\frac{1}{2}),(2,2)\}$

~~ج) ...~~

ج) $2g^2(x)+1 = \{(-2,19),(1,3),(3,9),(-1,1)\}$

د) $\frac{2f}{g} = \frac{\{(1,4),(3,-2),\cancel{(4,4)},(-1,12)\}}{\{(1,-1),(3,2),(-1,0)\}} =$

$\{(1,-4),(3,-1),\cancel{\frac{12}{0}}\} = \{(1,-4),(3,-1)\}$

تن