پاسخ‌ها

تکلیف ۵

۱.

$\sqrt{x^3 f(x+1)} \Rightarrow x^3 f(x+1) \geq 0$ → $f(x+1) = (\frac{1}{2})^{(x+1-2)} - 1$

$x^3\left(\left(\frac{1}{2}\right)^{x-1} + 1\right) \geq 0$

x	x^3	$f(x+1)$	$\left(\frac{1}{2}\right)^{x-1}+1$
$x<0$	منفی	$x<1$ مثبت	منفی
$x=1$	مثبت	۰	۰
$x>1$	مثبت	منفی	منفی
$x=0$	صفر	صفر	

$D = [0, 1]$

۲.

$D_{f(x)}:$ $x + |x+2| \geq 0$ → $x + x + 2 \geq 0$ → $2x \geq -2$ $x \geq -1$

$x - x - 2 \geq 0$ → تناقض

$D_f = [-1, +\infty)$ قرینه

$D_{f(-x)} = (-\infty, 1]$

۳.

$\frac{x-1}{f(x)} \geq 0$

$-2, 3, 2$

-2	1	2	3
$-$	$+$	$-$	$+$ $-$

$D = (-2, 1] \cup (2, 3)$

۴.

$\frac{1}{(3x^2-1)^2 - (x+2)^2} = \frac{1}{(3x^2-1+x+2)(3x^2-1-x-2)}$ $\sqrt{-(-1+3)} = \sqrt{-2}$

اتحاد مزدوج

$3x^2+x+1$ همیشه مثبت است چون دلتا منفی

$3x^2-x-3$ همان مخرج g_2

$g_2 = \frac{1}{3x^2+ax+b}$

$a = -1, b = -3$

۵.

$f(x) - f(\frac{4}{x}) = x^2 - x - \frac{16}{x^2} + \frac{4}{x} \geq 0$

$y = x^2$

$\frac{x^4 - x^3 + 4x - 16}{x^2} \geq 0 \Rightarrow \frac{y^2 - y^? + 4y - 16}{x^2} \geq 0$ → $4 \Rightarrow x^2 = 4$, $x = \pm 2$

-2	0	2
$-$ $+$	$+$	$-$ $+$

$D = [-2, 0) \cup [2, +\infty)$

۶-

$x^3+x=10 \Rightarrow x=2$ (تعیین با آزمایش) $f(10)=2x^2-1=2(2)^2-1=7$

$x^3+x=2 \Rightarrow$ (تعیین با آزمایش) $x=1$ $f(2)=2(1)^2-1=1$

$f(10)+f(2)=1+7=8$

۷-

$f(x)=x^3-6x^2+12x=(x-2)^3+2^3 \Rightarrow f(\sqrt[3]{2}+2)=(\sqrt[3]{2}+2-2)^3+2^3=2+8=10$

$g(x)=x^3+9x^2+27x=(x+3)^3-3^3 \Rightarrow g(\sqrt[3]{7}-3)=(\sqrt[3]{7}-3+3)^3-3^3=7-27=-20$

$\Rightarrow \dfrac{g(\sqrt[3]{7}-3)}{f(\sqrt[3]{2}+2)}=\dfrac{-20}{10}=\boxed{-2}$

۸-

$\sqrt{x+4\sqrt{x-4}}+\sqrt{x-4\sqrt{x-4}}=\sqrt{(x-4)-4\sqrt{x-4}+4}+\sqrt{(x-4)+4\sqrt{x-4}+4}$

$=\sqrt{(\sqrt{x-4}+2)^2}+\sqrt{(\sqrt{x-4}-2)^2}=|\sqrt{x-4}+2|+|\sqrt{x-4}-2|=\sqrt{x-4}+2+\sqrt{x-4}-2$

$=0+2\sqrt{x-4} \Rightarrow a=0 \quad b=2 \quad c=-4$ $x\geq 4$

$\dfrac{a+b}{c}=\dfrac{0+2}{-4}=-\dfrac{1}{2}$

۹-

$f(2)=\dfrac{2+2}{4-8+3}=\dfrac{4}{-1}=-4$ $f(1)=\dfrac{1+2}{1-4+3}=$ ت‌ن

$f(3)=\dfrac{3+2}{9-12+3}=\dfrac{5}{0}=$ ت‌ن $f(0)=\dfrac{0+2}{3}=\dfrac{2}{3}$

$\dfrac{g}{f}=\dfrac{g(2)=1}{f(2)=-4}=\boxed{-\dfrac{1}{4}}$ $\dfrac{g}{f}=\dfrac{g(0)}{f(0)}=\dfrac{4}{\frac{2}{3}}=\boxed{6}$

$=\{(2,-\frac{1}{4}),(0,6)\}$

۱۰-

الف) $2x=1 \Rightarrow x=\frac{1}{2}$ و $2x=3 \Rightarrow x=\frac{3}{2}$ $2x=4 \Rightarrow x=2$ $2x=-1 \Rightarrow x=-\frac{1}{2}$

$f(2x)=\{(\frac{1}{2},2),(\frac{3}{2},-1),(2,2),(-\frac{1}{2},5)\}$

ب) $x^2=1 \Rightarrow 1=x$ ، $3=x^2 \Rightarrow x=\sqrt{3}$ ، $4=x^2 \Rightarrow x=\pm 2$ ، $-1=x^2 \notin$

$f(x^2)=\{(1,2),(\pm\sqrt{3},-1),(\pm 2,2)\}$

ج) $g(-2)=2(9)+1=19$ $g(1)=2+1=3$ $g(3)=9$ $g(-1)=3$

$2g^2(x)+1=\{(-2,19),(-1,3),(3,9),(-1,3)\}$

د) $\frac{2f}{g}=\{(3,-1),(1,4)\}$